



# Interactions hydrodynamiques entre une sphère et une paroi texturée : approche, collision et rebond

Thibault Chastel

## ► To cite this version:

Thibault Chastel. Interactions hydrodynamiques entre une sphère et une paroi texturée : approche, collision et rebond. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2015. Français. NNT : 2015PA066509 . tel-01317935

**HAL Id: tel-01317935**

**<https://theses.hal.science/tel-01317935>**

Submitted on 19 May 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : Dynamique des Fluides

École doctorale : « Sciences Mécaniques, Acoustique, Electronique et Robotique de Paris »

réalisée

au Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes

présentée par

Thibault CHASTEL

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

Interactions hydrodynamiques entre une sphère et une paroi  
texturée : approche, collision et rebond

soutenue le 17 novembre 2015

devant le jury composé de :

M.	Maxime NICOLAS	Rapporteur
M.	Frédéric RESTAGNO	Rapporteur
M.	Philippe GONDRET	Examineur
M.	Christophe JOSSERAND	Examineur
M.	Laurent LACAZE	Examineur
M <sup>me</sup>	Anne MONGRUEL	Directrice de thèse



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Etat des lieux</b>	<b>11</b>
1.1 Paramètres du problème	11
1.2 Interaction hydrodynamique sphère-paroi à petit nombre de Reynolds	12
1.2.1 Surfaces lisses	12
1.2.2 Influence de la rugosité des surfaces	16
1.3 Collision immergée d'une sphère avec une paroi à nombre de Stokes modéré	24
1.3.1 Transition de rebond	25
1.3.2 Nombre de Stokes de transition	28
1.3.3 Dynamique de rebond	29
1.3.4 Conclusion sur l'influence des rugosités de surface sur la dynamique	32
1.4 Conclusion sur l'état des lieux	33
<b>2 Dispositif expérimental</b>	<b>35</b>
2.1 Montage expérimental	36
2.1.1 L'interférométrie pour la mesure de petits déplacements	36
2.1.2 Cellules de mesures, fluide et sphères	39
2.1.3 Conversion opto-électronique et acquisition	41
2.1.4 Traitement du signal	43
2.2 Validation du système d'acquisition haute fréquence	43
2.2.1 Approche d'une surface lisse à $Re \ll 1$	43
2.2.2 Approche d'une surface lisse à $Re$ modéré	47
2.2.3 Conclusion sur la technique de mesure	48
2.3 Surfaces micro-texturées oléophiles	50
2.3.1 Micro-fabrication	50
2.3.2 Géométrie des surfaces texturées	52
<b>3 Approche de surfaces texturées à petit nombre de Reynolds</b>	<b>55</b>
3.1 Caractérisation expérimentale de la dynamique près d'un réseau de micro-piliers	56
3.1.1 Courbes typiques	56
3.1.2 Effet de la géométrie du réseau de micro-piliers	58
3.1.3 Approximation de la force de traînée dans la région (ii)	61



---

3.1.4	Conclusion	63
3.2	Modélisation de la région "champ lointain" (i) : $h \gg L$	63
3.2.1	Mesure de $s_{eff}$	63
3.2.2	Prédiction théorique de $s_{eff}$	66
3.2.3	Conclusion	68
3.3	Modélisation des régions "proche paroi" (ii) et (iii) : $h \ll L$	69
3.3.1	Région (ii) : $b \ll h \ll L$	69
3.3.2	Modélisation de la région (iii) : $h \leq b$	72
3.3.3	Modèle complet pour $h \ll L$	73
3.3.4	Conclusion	79
3.4	Conclusion	80
<b>4</b>	<b>Approche de surfaces texturées à nombre de Reynolds et de Stokes modérés</b>	<b>83</b>
4.1	Paramètres caractéristiques du problème	84
4.2	Résultats expérimentaux	85
4.2.1	Approche d'une surface lisse	85
4.2.2	Approche d'une surface texturée	87
4.2.3	Conclusion sur les résultats expérimentaux	90
4.3	Modélisation	91
4.3.1	Formulation du modèle	91
4.3.2	Comparaison du modèle avec expériences	92
4.4	Conclusion : du collage au rebond	93
<b>5</b>	<b>Collision et micro-rebond sur surfaces texturées</b>	<b>97</b>
5.1	Introduction	97
5.2	Détection du rebond	98
5.3	Caractérisation des micro-rebonds	99
5.3.1	Courbes typiques et mesures des paramètres caractéristiques	99
5.3.2	Valeurs de $V_i$ , $V_r$ , $\delta_{max}$ , $\tau_c$ et du coefficient de restitution $V_r/V_i$	102
5.4	Modèle de contact élastique : théorie de Hertz modifiée	106
5.4.1	Modélisation de l'enfoncement $\delta(t)$ et du temps de contact $\tau_c$	106
5.4.2	Confrontation du modèle avec les expériences pour $\delta(t)$ , $\delta_{max}$ et $\tau_c$	109
5.5	Modélisation de $\delta_{max}$ avec dissipation	111
5.6	Sources de dissipation de l'énergie	115
5.7	Conclusion et perspectives	116
	<b>Conclusion</b>	<b>119</b>
	<b>Annexes</b>	<b>123</b>

# Remerciements

Après trois années passées au laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes de l'ESPCI, je me dois de remercier pas mal de monde...

Je commence bien sûr par Anne, une directrice de thèse fantastique avec qui j'ai passé d'excellents moments. Je me sens vraiment chanceux d'avoir été sous la direction d'une personne qui me correspond autant humainement et dont le contact est simple et naturel. Sa modestie est un exemple pour moi et je suis très fier d'avoir été son doctorant.

Vient ensuite Philippe Gondret, qui m'est venu en aide pour mes travaux sur le rebond et avec qui j'ai pu avoir des discussions riches et variées. Au-delà de l'aspect scientifique, c'est une personne avenante et sympathique. Bref, je lui dois un grand merci !

Je remercie les autres membres du jury d'avoir accepté d'assister à ma soutenance : à Maxime Nicolas et Frédéric Restagno, qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et à leurs commentaires enrichissants.

A Christophe Josserand et Laurent Lacaze qui ont trouvé le temps de m'écouter et d'examiner cette thèse avec attention.

Je remercie Gilles Tessier qui m'a éclairé, et c'est le cas de le dire, sur les photodiodes. J'ai presque réappris à aimer l'électronique.

Merci à tous les utilisateurs de la salle blanche. De nombreux doctorants du laboratoire MMN ont pris le temps de me donner des conseils sur la microfabrication.

Je remercie Olga Vinogradova pour tous les échanges scientifiques qu'on a pu avoir. Je dois avouer m'être bien cassé la tête sur ses nombreuses publications, mais ce n'était que du bonheur (évidemment).

Merci à Philippe Petitjeans, qui a beaucoup soutenu ma candidature lors de mon audition pour la bourse de l'Ecole Doctorale. C'est agréable d'avoir un directeur de laboratoire aussi présent et accessible.

Merci à Fred et Claudette pour leur bonne humeur et leur patience. Jusqu'au bout, je n'aurai jamais réussi à remplir correctement un ordre de mission...

Pour des raisons diverses et variées, je souhaite absolument remercier et saluer plus spécifiquement certaines personnes.

---

Tout d'abord Adrien Izzet qui m'a apporté beaucoup de choses très différentes. Une amitié très forte s'est créée et je suis sûr qu'elle perdurera. Il a apporté un vent de dynamisme au sein des doctorants et je lui souhaite bonne chance pour la suite.

Je remercie énormément Matthew et Vincent, mes amis de bureau. J'ai vraiment eu de la chance d'avoir des gens aussi intéressants, drôles et cultivés tous les jours à mes côtés. Matthew, je pense qu'on a fait un pas en avant sur la vieille rivalité franco-britannique. Merci pour tes corrections d'anglais et ton aide pour mes problèmes LaTeX ou Matlab. Vincent, je viendrai chaque vendredi soir jusqu'à la fin de ta thèse juste pour te poser des questions existentielles.

Je salue chaleureusement Ali, mon camarade de galère de troisième année et avec qui je me suis bien éclaté à San Francisco.

Merci au maître des Geek, Jérémie, qui m'a aidé pour tellement de choses. Il représente un puit de connaissance qu'on ne peut qu'admirer.

Et puis les derniers arrivés : Eliott pour nos parties de tennis et les bons moments passés ensemble. Charles pour nos nombreuses "balles neuves" et les parties de ping pong. Je n'oublierai pas la formule 3P du vendredi !

Merci à mes parents et à ma sœur qui m'ont toujours encouragé et rassuré au bon moment.

Merci à Nathalie pour tout son soutien, sa gentillesse, son attention et bien plus encore. Je suis le plus heureux des garçons de la Terre de l'avoir à mes côtés. Je tâcherai d'être aussi présent qu'elle l'a été pour son internat de médecine !

Je tiens enfin à remercier mes amis proches qui, à leurs façons, ont largement contribué à cette thèse. En vrac : Léa, Céline, Mathinne, Nini, Élise, Fanny, Céline (la deuxième !), Flore, Raphaëlle, Laure, Hugues, Nico, Étienne, Rémi, Pierre, Benoît, Marta, Laura, Marine et Marie. Leur amitié est précieuse et constitue un puissant moteur qui m'aide à avancer dans la vie.

Les chercheurs font un travail difficile et trop peu valorisé. Je les ai toujours admirés. Ils méritent tout notre respect pour ce qu'ils apportent au monde chaque jour. Très modestement, je souhaite leur dédier cette thèse.

Thibault

# Introduction

Dans les suspensions concentrées et les milieux granulaires immergés, les particules solides interagissent entre elles et avec les parois du récipient par l'intermédiaire du fluide (interactions hydrodynamiques de type lubrification), ou directement par contact solide-solide. Les micro-rugosités de surface jouent un rôle crucial dans ces interactions. La modification de la dynamique globale d'un système macroscopique qui peut résulter de la présence de ces rugosités, a fait l'objet de nombreuses études. Par exemple, les rugosités peuvent être responsables d'un changement de distribution spatiale des particules en cisaillement, entraînant une modification des propriétés rhéologiques de la suspension [1].

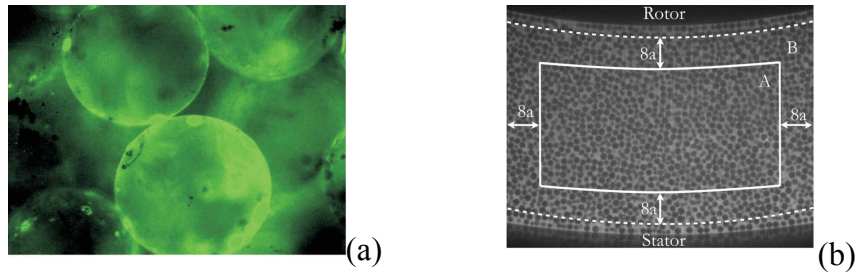


FIGURE 1 – (a) Contact entre sphères de diamètre  $375 \mu m$  immergées dans l'eau [2] (b) Suspension de particules de diamètre  $160 \mu m$  dans un rhéomètre de Couette [1].

Pour comprendre ces phénomènes, le problème élémentaire de l'interaction hydrodynamique entre une sphère et une paroi est une étape utile (Figure 2). Le rôle des rugosités a été beaucoup étudié, théoriquement, expérimentalement et numériquement, dans le cas de rugosités aléatoires ou de textures anisotropes. Lorsque l'écoulement est dominé par les forces visqueuses, ces études montrent que les rugosités de surfaces (sur la sphère ou sur la paroi), ont pour effet de diminuer la force de traînée sur la sphère dans la région proche de la paroi.

De nombreuses études expérimentales concernent la collision immergée de billes avec un plan [5] ou dans l'air avec un plan recouvert d'un film liquide [6] [7]. Selon que son inertie est suffisante ou non, la bille rebondit, ou reste collée au plan. La prédiction et le contrôle de ce comportement de "collage-décollage" est une problématique importante pour les milieux granulaires immergés et les suspensions. Or, il est connu que ce seuil de "capture" peut être modifié par la rugosité des grains ou de la paroi [8] [9].

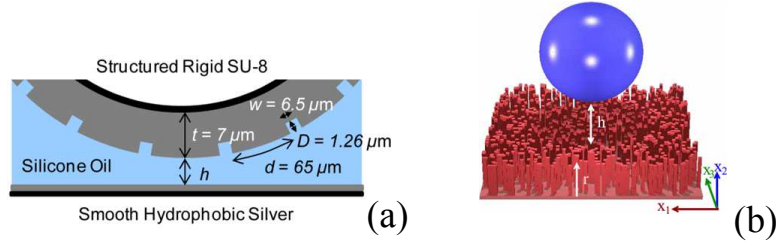


FIGURE 2 – (a) Surface cylindrique texturée s’approchant d’une surface lisse hydrophobe dans de l’huile [3] (b) Sphère lisse au voisinage d’une surface aux rugosités aléatoires [4]

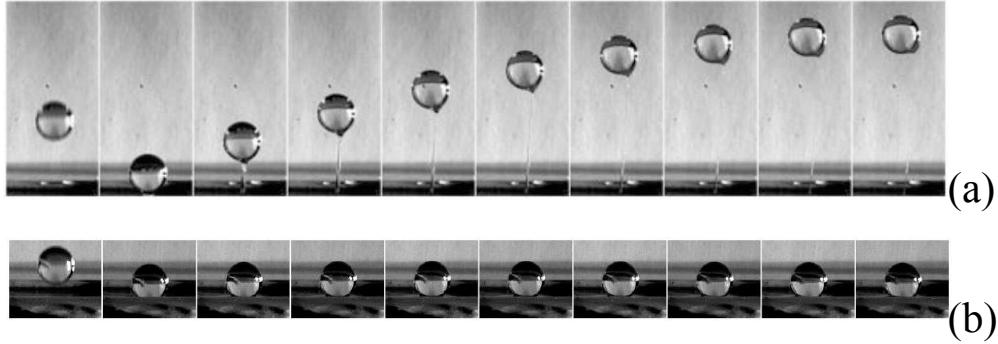


FIGURE 3 – (a) rebond d’une sphère (9 mm de diamètre) sur un film de savon à une vitesse d’impact  $V_i = 2.6 \text{ m.s}^{-1}$  (b) Même expérience à  $V_i = 1.7 \text{ m.s}^{-1}$  (piégeage de la sphère par le film visqueux). Images extraites de [7].

Ce mémoire est une contribution à l’étude du rôle des rugosités de surface dans les interactions de lubrification et de contact. Nous nous limitons ici aux interactions entre une particule solide sphérique, et une paroi frontale micro-texturée, dans un fluide visqueux. Les micro-textures utilisées sont des réseaux de micro-piliers, et le fluide imprègne totalement les micro-piliers. Ce type de textures a fait l’objet de nombreux travaux dans le contexte des surfaces super-hydrophobes, mais a été peu étudié dans le cas hydrophile (état Wenzel). La géométrie des micro-piliers est contrôlée en utilisant des techniques de micro-fabrication. Les rugosités de surface de la sphère ont une taille très petite devant la hauteur caractéristique des micro-piliers. Pour explorer avec une résolution suffisante la région proche de la paroi, les déplacements de la sphère sont mesurés par interférométrie laser. Nous nous intéressons d’abord à la dynamique de la sphère lorsqu’elle s’approche des micro-piliers à petit nombre de Reynolds. Puis, l’étude est étendue pour des nombres de Stokes modérés, à la collision et au rebond de la sphère sur les micro-piliers.

La première partie de ce mémoire présente un état des connaissances concernant l’interaction hydrodynamique sphère-paroi, pendant l’approche, la collision et le rebond. Nous avons essayé notamment de mettre en relief les résultats connus sur le rôle des rugosités de paroi dans cette interaction.

Dans le chapitre 2, nous décrivons le dispositif d’interférométrie utilisé pour mesurer les petits déplacements de la sphère. La technique de micro-fabrication des surfaces texturées est exposée à la fin du chapitre.

Le chapitre 3 présente les résultats expérimentaux obtenus pour la dynamique d'une sphère s'approchant d'un réseau de micro-piliers à petits nombres de Reynolds. L'influence des paramètres géométriques des réseaux de micro-piliers sur la dynamique est systématiquement discutée. Plusieurs modèles hydrodynamiques sont utilisés pour décrire la modification de la force de traînée sur la sphère, selon l'échelle spatiale d'observation.

Dans le chapitre 4, nous nous intéressons à la situation où l'inertie de la sphère n'est plus négligeable mais reste insuffisante pour que celle-ci rebondisse. Il s'agit de la dynamique de collage à nombre de Stokes modéré, en dessous de la transition de rebond. Nous décrivons les différents régimes obtenus par la dynamique. Une modélisation basée sur la modification de la force de traînée obtenue au chapitre précédent est proposée.

Le dernier chapitre présente les résultats obtenus lorsque la bille rebondit sur un réseau de piliers. Les micro-rebonds sont caractérisés. Un modèle de contact élastique est développé et confronté aux mesures de dynamique d'enfoncement de la sphère dans les piliers.

Enfin, une conclusion générale résume l'apport de ce travail par rapport aux études antérieures et présente quelques perspectives.



# Chapitre 1

## Etat des lieux

### Contents

---

<b>1.1 Paramètres du problème</b>	<b>11</b>
<b>1.2 Interaction hydrodynamique sphère-paroi à petit nombre de Reynolds</b>	<b>12</b>
1.2.1 Surfaces lisses	12
1.2.2 Influence de la rugosité des surfaces	16
<b>1.3 Collision immergée d'une sphère avec une paroi à nombre de Stokes modéré</b>	<b>24</b>
1.3.1 Transition de rebond	25
1.3.2 Nombre de Stokes de transition	28
1.3.3 Dynamique de rebond	29
1.3.4 Conclusion sur l'influence des rugosités de surface sur la dynamique	32
<b>1.4 Conclusion sur l'état des lieux</b>	<b>33</b>

---

Dans ce chapitre, nous présentons une revue des connaissances théoriques et expérimentales concernant l'interaction hydrodynamique entre une sphère et une paroi frontale. Ce terme "interaction" comprend plusieurs phases : l'approche de la paroi, le contact avec la paroi et le rebond éventuel qui suit la collision. Au cours de ces différentes phases, la dynamique de la sphère est gouvernée par des nombres sans dimension qui sont détaillés ci-dessous. Le cas des surfaces lisses permettra de situer le cadre général dans lequel s'insère notre travail. La problématique spécifique de la thèse sera abordée avec le cas des surfaces présentant des irrégularités (rugosités, stries, micro-textures ...). Nous pourrions alors préciser les axes de recherche que nous avons choisi d'explorer.

### 1.1 Paramètres du problème

Dans tout ce travail, nous nous intéressons à une sphère non-Brownienne, de rayon  $a$ , de masse volumique  $\rho_p$ , en mouvement dans un fluide visqueux Newtonien et incompressible, dont la masse volumique est  $\rho_f$  et la viscosité dynamique  $\mu$ . En dehors des forces hydrodynamiques (et d'inertie), seules les forces de gravité sont présentes (cas de la sédimentation). La dynamique de cette sphère est gouvernée par un certain nombre de paramètres adimensionnels. Tout d'abord, les nombres de



Reynolds et de Stokes particulières,  $Re$  et  $St$ , basés sur une vitesse caractéristique de la sphère  $V_T$ , sont définis de la manière suivante :

$$Re = \frac{\rho_f V_T (2a)}{\mu} \quad St = \frac{m_p V_T}{6 \pi \mu a^2} \quad (1.1)$$

La vitesse caractéristique  $V_T$  est la vitesse terminale, vitesse constante atteinte par la sphère lorsque elle se déplace sous l'effet de la gravité dans le fluide en l'absence d'effet des parois. Le nombre de Reynolds permet de quantifier l'importance des forces d'inertie par rapport aux forces de viscosité dans l'écoulement autour de la sphère. Les forces de viscosité sont prépondérantes lorsque le nombre de Reynolds est très petit, et l'écoulement du fluide est alors régi par les équations de Stokes, qui ont la propriété d'être linéaires et réversibles. Une caractéristique très importante de l'hydrodynamique à petit nombre de Reynolds est que les interactions hydrodynamiques (c'est à dire transmises par le fluide) sont à longue portée, ce qui signifie que la perturbation générée dans le fluide par le déplacement de la sphère décroît très lentement avec la distance à la sphère. Pour la même raison, la présence de parois influence le mouvement de la sphère, en la ralentissant.

Le nombre de Stokes quantifie l'importance de l'inertie de la sphère par rapport aux forces de freinage visqueux. Lorsque le nombre de Stokes est grand, le freinage visqueux est peu efficace et le mouvement de la sphère est gouverné par l'équilibre entre les forces de gravité et les forces d'inertie. Remarquons que les définitions ci-dessus conduisent à la relation  $St = (\rho_p/9\rho_f)Re$ . On verra que dans nos expériences, le rapport des densités  $(\rho_p/\rho_f)$  est de l'ordre de 10, les nombres de  $St$  et de  $Re$  seront donc du même ordre de grandeur.

La distance sphère-paroi, notée  $h$ , est définie comme la distance entre le pôle de la sphère et la paroi. Dans une première étape, on pourra décrire entièrement la dynamique en fonction de la distance sans dimension obtenue en divisant  $h$  par le rayon de la sphère, et notée  $\varepsilon = h/a$ . Ensuite, la présence de rugosités ou de textures de surface introduira des longueurs caractéristiques supplémentaires telles que leur hauteur, espacement etc... dont on verra l'influence sur la dynamique de la sphère.

## 1.2 Interaction hydrodynamique sphère-paroi à petit nombre de Reynolds

### 1.2.1 Surfaces lisses

Nous rappelons ici les principaux résultats théoriques et expérimentaux concernant l'interaction hydrodynamique d'une sphère avec une paroi frontale, lorsque le nombre de Reynolds est petit. Nous nous limitons au cas où l'inertie de la sphère est négligeable (nombre de Stokes petit) et des surfaces lisses.

#### Coefficient de frottement

A petit nombre de Reynolds, la force de traînée  $F_t$  sur la sphère est proportionnelle à son rayon, à sa vitesse et à la viscosité du fluide. L'effet de la paroi sur la force de traînée est décrit

par un coefficient de frottement, sans dimension, noté  $f_{\perp}(\varepsilon)$ . On a alors :

$$F_t(\varepsilon) = -6\pi\mu aV(\varepsilon)f_{\perp}(\varepsilon) \quad (1.2)$$

Ici,  $f_{\perp}$  ne dépend que de  $\varepsilon$ , c'est-à-dire, la distance à la paroi adimensionalisée par le rayon de la sphère  $a$ . Trois régions sont à distinguer : très loin de la paroi, puis lorsque  $\varepsilon$  est quelconque, et enfin la région où  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

• **Cas où la distance sphère-paroi est très grande**

Très loin de la paroi, la force de traînée sur une sphère en translation à la vitesse  $V$  dans un fluide infini, a été calculée par Stokes (1851) :

$$F_{Stokes} = -6\pi\mu aV \quad (1.3)$$

Cette relation, appelée loi de Stokes, correspond à un coefficient de frottement égal à 1.

• **Cas où  $\varepsilon$  est quelconque**

Lorsque la distance sphère-paroi est finie, l'effet de la paroi est d'augmenter la résistance à l'avancement de la sphère, et le coefficient  $f_{\perp}(\varepsilon)$  est supérieur à 1. En 1961, Maude [10] et Brenner [11] ont, indépendamment, utilisé la technique des coordonnées bipolaires pour calculer le facteur de frottement sous la forme d'une série valable pour tout  $\varepsilon$  :

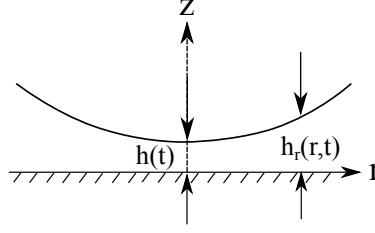
$$f_{\perp}(\varepsilon) = \frac{4}{3} \sinh \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(2n-1)(2n+3)} \left[ \frac{2 \sinh(2n+1)\alpha + (2n+1) \sinh(2\alpha)}{4 \sinh^2(n+(1/2))\alpha - (2n+1)^2 \sinh^2 \alpha} - 1 \right] \quad (1.4)$$

avec  $\alpha = \cosh^{-1} \varepsilon$ .

Cette relation illustre l'effet à longue portée de la paroi : pour  $\varepsilon = 10$ , la valeur de 1 n'est pas atteinte ( $f_{\perp} \simeq 1.11$ ). Cette correction à la force de traînée a été vérifiée expérimentalement par plusieurs équipes. En particulier, Ambari *et al* [12] ont élaboré un système de lévitation magnétique dans lequel une sphère est maintenue en position fixe à l'intérieur d'un cylindre mobile semi-fini rempli d'huile. Les auteurs ont ensuite mesuré le champ magnétique (directement relié à la force verticale exercée sur la sphère) au fur et à mesure que la paroi du cylindre se déplace. L'accord trouvé avec la théorie est excellent pour des valeurs de  $\varepsilon$  comprise entre 0.019 et 1.15. Plus récemment, Lecoq [13], en utilisant la technique d'interférométrie laser, a confirmé ce résultat pour  $\varepsilon \leq 0.06$ .

• **Cas où  $\varepsilon \rightarrow 0$**

Par développement asymptotique de la solution de Maude et Brenner, Cox et Brenner [14] ont proposé une approximation de l'équation (1.4) valable pour des valeurs de  $\varepsilon < 0.1$ . Elle s'exprime sous la forme :


 FIGURE 1.1 – Sphère au voisinage d'une surface lisse quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

$$f_{\perp}(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{5} \ln \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) + 0.9712 \quad (1.5)$$

Cette solution, beaucoup plus simple d'utilisation, coïncide à 1% près avec la solution exacte de l'équation (1.4) pour  $\varepsilon < 0.25$ . Remarquons que le premier terme est dominant pour des faibles valeurs de  $\varepsilon$ , et coïncide avec le résultat de la théorie de la lubrification, valide pour des valeurs de  $\varepsilon < 0.01$ , et dont le résultat est la force de traînée dite "de Taylor" [15] :

$$F_T(\varepsilon) = -6\pi\mu a V(\varepsilon) \frac{1}{\varepsilon} \quad (1.6)$$

c'est à dire, en terme de coefficient de frottement :

$$f_{\perp}(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \quad (1.7)$$

Il est important de remarquer que la force de traînée de Taylor diverge lorsque  $\varepsilon$  tend vers zero, c'est-à-dire qu'en théorie, le contact sphère-paroi ne pas se produire en un temps fini. En pratique, la formule de Taylor, qui a été établie pour le cas de surfaces lisses, doit être modifiée lorsque la distance sphère-paroi devient de l'ordre de la hauteur des rugosités de surface. Ce sont ces rugosités qui rendent le contact possible. Ce point important sera détaillé dans le paragraphe suivant.

### Coefficient de mobilité

Considérons le cas d'une sphère en mouvement de translation dans un fluide visqueux ( $Re \ll 1$ ) sous l'effet des forces de gravité. Les seules forces extérieures exercées sur la sphère sont le poids, diminué de la poussée d'Archimède, et la force de traînée. En l'absence d'inertie de la sphère ( $St \ll 1$ ), la somme de ces forces est nulle :

$$\frac{4}{3}\pi(\rho_s - \rho_f)a^3 \mathbf{g} - 6\pi\mu a V(\varepsilon) \mathbf{f}_{\perp}(\varepsilon) = 0 \quad (1.8)$$

On obtient alors pour la vitesse de la sphère :

$$\frac{V(\varepsilon)}{V_{St}} = \frac{1}{f_{\perp}(\varepsilon)} \quad (1.9)$$

où  $V_{St}$  est la vitesse de Stokes, définie par :

$$V_{St} = \frac{2}{9} \frac{a^2(\rho_s - \rho_f)}{\mu} g \quad (1.10)$$

et correspond à la vitesse de chute de la sphère en l'absence de parois (en fluide infini).

Ainsi, nous voyons que la vitesse de la sphère, adimensionnée par la vitesse de Stokes, est égale à l'inverse du coefficient de frottement. Dans une expérience de sédimentation où la force sur la sphère est imposée, c'est donc l'inverse du coefficient de frottement, ou coefficient de mobilité, qui est mesuré. En particulier, dans la région de lubrification, où  $\varepsilon < 0.01$ , nous obtenons :

$$\frac{V(\varepsilon)}{V_{St}} = \frac{h}{a} = \varepsilon \quad (1.11)$$

Dans la région de lubrification, la vitesse de la sphère est donc proportionnelle à la distance à la paroi. Cette vitesse décroît linéairement jusqu'au contact de la sphère à la paroi [13].

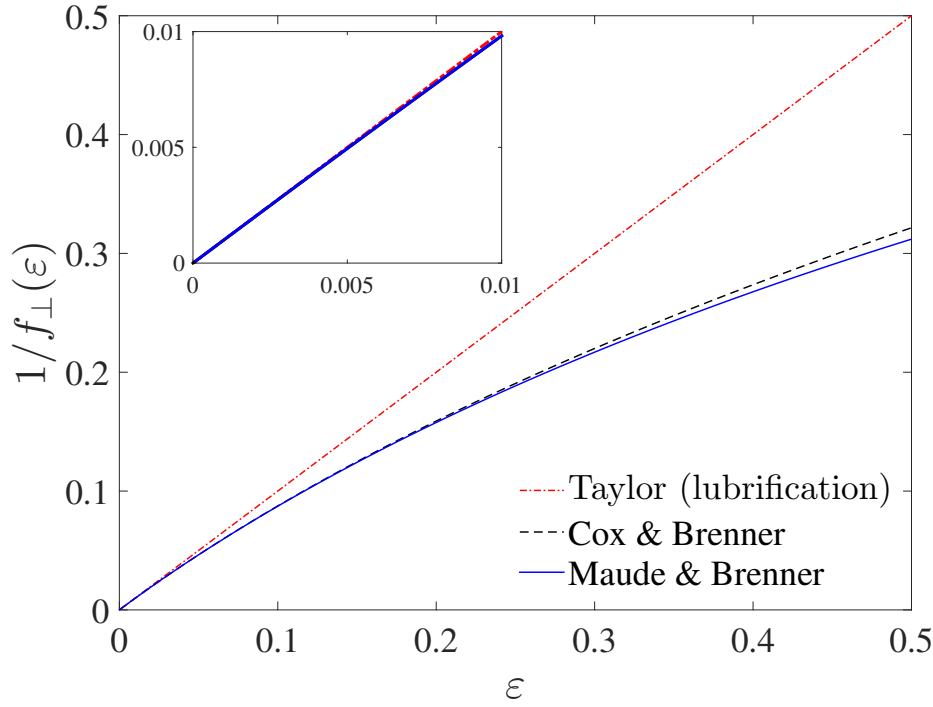


FIGURE 1.2 – Inverse du coefficient  $f_{\perp}(\varepsilon)$  en fonction de  $\varepsilon$ . Solutions théoriques de Taylor (1.11), Cox et Brenner (1.5) et Maude et Brenner (1.4).

L'ensemble des solutions théoriques décrivant l'interaction hydrodynamique sphère-paroi (lisses), sont résumées sous la forme d'un graphe donnant l'évolution de  $1/f_{\perp}(\varepsilon)$  en fonction de  $\varepsilon$  pour  $0 \leq \varepsilon \leq 0.5$  (Figure 1.2). La vitesse de la sphère, à tout instant, ne dépend que de la distance à la paroi. De plus, cette courbe peut être parcourue dans les deux sens, c'est-à-dire qu'elle est la même pour le cas où la sphère s'éloigne de la paroi (par réversibilité des équations de Stokes). Dans la suite de ce travail, nous présenterons un certain nombre de résultats expérimentaux sous la forme de l'évolution d'un coefficient de mobilité en fonction de la distance sphère-paroi.

### 1.2.2 Influence de la rugosité des surfaces

L'équation 1.11 conduit à une décroissance exponentielle de la distance  $\varepsilon$  avec le temps. En pratique, on observe que le contact entre la sphère et la paroi se fait en un temps fini. Smart et Leighton [16] ont apporté une contribution significative à l'étude de l'interaction hydrodynamique entre une sphère rugueuse (non colloïdale) et un plan lisse. L'effet des rugosités est mis en évidence en mesurant le temps de détachement par gravité de la sphère initialement en contact avec le plan quasi-lisse en mica. Les rugosités de la sphère ont une hauteur caractéristique  $\varepsilon_s a$ , de l'ordre de  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  plus petite que le rayon de la sphère  $a$ . Certaines rugosités sont créées artificiellement en collant des petites sphères en verre sur la surface de la sphère (Figure 1.3).

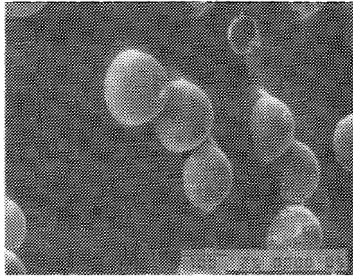


FIGURE 1.3 – Photos prises par Microscope Electronique à Balayage pour une sphère en acrylique de diamètre  $6350 \mu m$  avec des sphères collées (de diamètre  $140 \mu m$ ) à la surface. Extraite de [17].

Pour décrire l'effet des rugosités, la force de traînée sur la sphère est modélisée en écrivant le coefficient de frottement de la manière suivante [16] :

$$f_{\perp}(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_s} + n \frac{\varepsilon_s^2}{\varepsilon} + 1 \quad (1.12)$$

Cette expression est la somme de plusieurs contributions à la force de traînée, qui combinent les formes limites à grande distance (loi de Stokes) et à petite distance (lubrification). Cette dernière comprend deux types d'interaction de lubrification qui font toutes deux intervenir la hauteur des rugosités  $\varepsilon_s a$ . D'abord, la distance sphère-plan étant mesurée à partir de la hauteur des rugosités, la force de lubrification sphère-plan doit être calculée à la distance  $\varepsilon_s + \varepsilon$ , au lieu de  $\varepsilon$ . Ensuite un nombre  $n$  de rugosités (hémisphères de rayon  $\varepsilon_s a$ ) contribuent à la force de traînée par une force de lubrification entre une sphère de rayon  $\varepsilon_s a$  et un plan (représentant la sphère dont le rayon  $a$  est très grand devant  $\varepsilon_s a$ ). Ce modèle, en accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux, s'applique au cas de sphères dont la densité d'éléments rugueux est faible. De plus la forme hémisphérique des rugosités n'est pas généralisable à des rugosités de forme quelconque. Cependant, ce modèle contient les ingrédients physiques essentiels pour décrire l'influence des rugosités sur la force de traînée.

### Expériences avec des surfaces rugueuses ou texturées

Grâce au développement des techniques de mesures à petite échelle, toutes basées sur l'interférométrie laser, des expériences plus récentes permettent de mettre en évidence l'effet de la

rugosité sur la dynamique près d'une paroi, grâce à une résolution suffisante (qui doit être inférieure à l'ordre de grandeur des rugosités).

• **Le microscope à force atomique (AFM)** est un microscope à sonde locale permettant d'étudier la topographie de la surface d'un échantillon. Une sphère micrométrique est relié à un cantilever et balaye la surface. L'analyse des flexions du micro-levier permet ensuite de déterminer l'exact parcours de la pointe et de mesurer les forces d'interactions intervenant entre elles et l'échantillon. Pour une sphère rugueuse immergée dans un fluide visqueux (Figure 1.4), la force de traînée exercée sur la sphère est significativement réduite comparée à la force de Taylor [18]. En effet, la force observée correspond à la force de Taylor qui serait mesurée à une distance augmentée d'environ une centaine de nanomètres pour une sphère de rayon  $20\ \mu\text{m}$ .

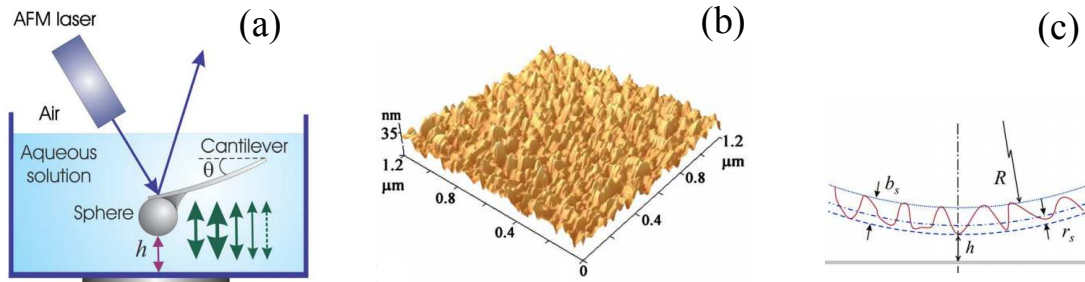


FIGURE 1.4 – (a) Principe de l'AFM (b) image AFM de l'apex d'une sphère rugueuse traitée chimiquement (c) interaction rugosités - plan lisse proche du point de contact. D'après [18].

• **L'appareil à force de surface (SFA)** est basé sur l'interférométrie pour connaître la distance de séparation entre une surface et un objet en mouvement (la sonde, généralement une sphère). Celui-ci étant relié à un système de paramètres connus, la différence entre le mouvement imposé et observé permet le calcul d'une force instantanée. La mesure est effectuée en mode dynamique lorsqu'on impose à la sphère un mouvement oscillant dans la direction normale. Plusieurs équipes ont mis à profit cette technique pour mesurer la force exercée sur une sphère au voisinage de parois aux propriétés variées. Un grand nombre d'études concernent les surfaces superhydrophobes (e.g [19] [20] [21]). Ces dernières ont la propriété de diminuer drastiquement la résistance hydrodynamique du fait de la présence de gaz piégé entre les rugosités. Elles suscitent donc un intérêt considérable autant d'un point de vue industriel qu'académique. Remarquons qu'une des finalités de ces expériences est de mesurer une longueur effective de glissement, caractéristique de la surface, notion qui sera discutée plus en détails par la suite. Dans le cas des surfaces "molles", l'intérêt est de sonder les propriétés mécaniques de la surface sans réaliser le contact [22], ce qui est intéressant dans certains contextes expérimentaux, notamment en biologie. Les études concernant des parois rugueuses hydrophiles sont moins nombreuses à notre connaissance. Des mesures en mode dynamique de l'inverse du coefficient d'amortissement en fonction de la distance, pour une sphère (rayon  $3.25\ \text{mm}$ ) s'approchant d'un réseau de micro-cavités ont montré, dans le cas où les cavités sont hydrophiles et donc complètement remplies de liquide, un décalage d'environ  $105\ \text{nm}$  comparée à une surface lisse modélisée par la force de Taylor [23] (Figure 1.5a). La distance est mesurée depuis le haut des cavités. Des mesures de force de traînée sur une sphère de diamètre

de  $52.5 \mu\text{m}$  au voisinage d'une surface micro-texturée par un réseau de piliers cylindriques de diamètre  $5.1 \mu\text{m}$  et de hauteur  $15 \mu\text{m}$  montrent, dans l'état Wenzel une diminution de la traînée par rapport au cas de la surface lisse [24] (Figure 1.6). Enfin, des expériences de drainage consistant à mettre en mouvement un réseau de cylindres ont montré une réduction de la force hydrodynamique [3] (Figure 1.5b) .

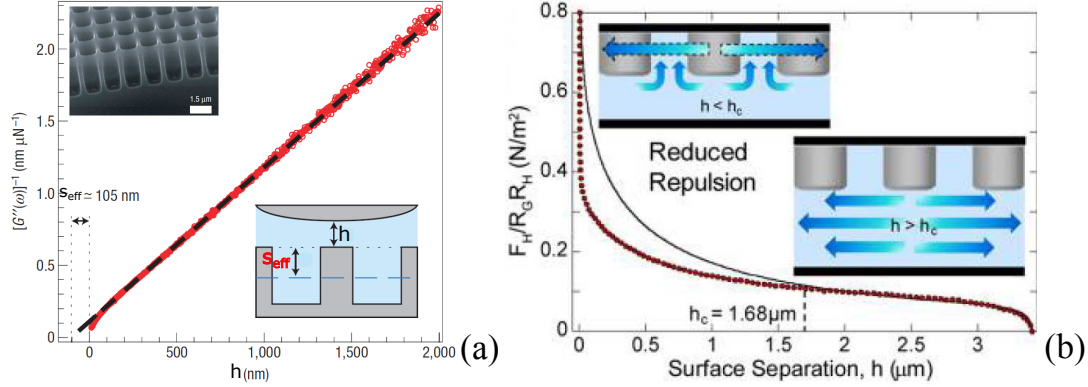


FIGURE 1.5 – (a) Inverse du coefficient d'amortissement dynamique, en fonction de la distance de séparation pour des cavités hydrophiles. Le trait en pointillé représente la solution pour une surface lisse. D'après [23]. (b) Force hydrodynamique en fonction de la distance de séparation pour un réseau hexagonal de cylindres hydrophiles.  $R_H$  et  $R_G$  sont les moyennes harmoniques et géométriques des rayons de cylindres. Le trait plein représente la solution pour une surface lisse. D'après [3].

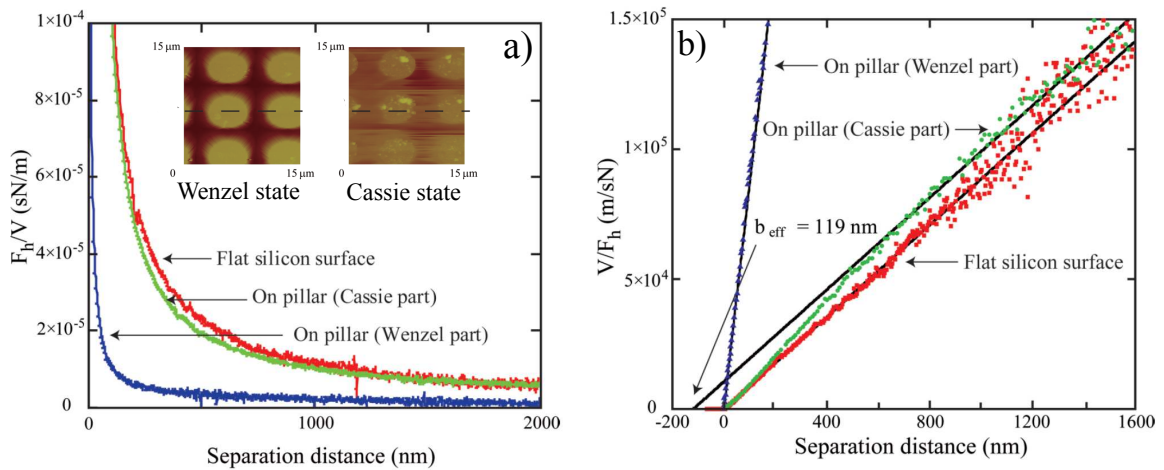


FIGURE 1.6 – a) Force de traînée divisée par la vitesse de la sphère en fonction de la distance de séparation pour une surface lisse et des micro-structures à l'état Cassie et Wenzel b) Vitesse divisée par la force de traînée en fonction de la distance de séparation. D'après [24].

- Le dispositif développé à l'Université de Rouen dans les années 1990, consiste à utiliser la sphère comme réflecteur dans un interféromètre de type Michelson, pour former des franges d'interférence dont la fréquence est directement reliée au déplacement de la sphère (ici sous l'effet de la gravité), et donc à sa vitesse. Ce dispositif a été notamment utilisé pour mesurer les petits

déplacements d'une sphère millimétrique immergée dans un fluide visqueux s'approchant de surfaces micro-usinées (créneaux) dont la hauteur est de l'ordre de la centaine de microns [25], ou de surfaces comportant des rugosités aléatoires [26]. Les résultats montrent que la présence de micro-structures a pour effet d'augmenter la vitesse de la sphère dans la région proche de la paroi. Cette augmentation est maximale dans la zone de lubrification où  $\varepsilon \leq 0.01$ . Juste avant le contact, la vitesse décroît rapidement vers zéro. Pour des rugosités aléatoires, cette décélération dépend fortement de la région d'arrivée de la sphère qui peut se situer sur des "creux" ou des "pics" (Figure 1.7b). La figure 1.7a montre un exemple de résultat faisant apparaître une longueur caractéristique de décalage pour la vitesse, obtenue en ajustant la courbe pour une surface lisse sur celle pour une surface striée loin de la paroi ("matching region"). L'étendue de cette zone de décalage sera discutée en détail dans la suite.

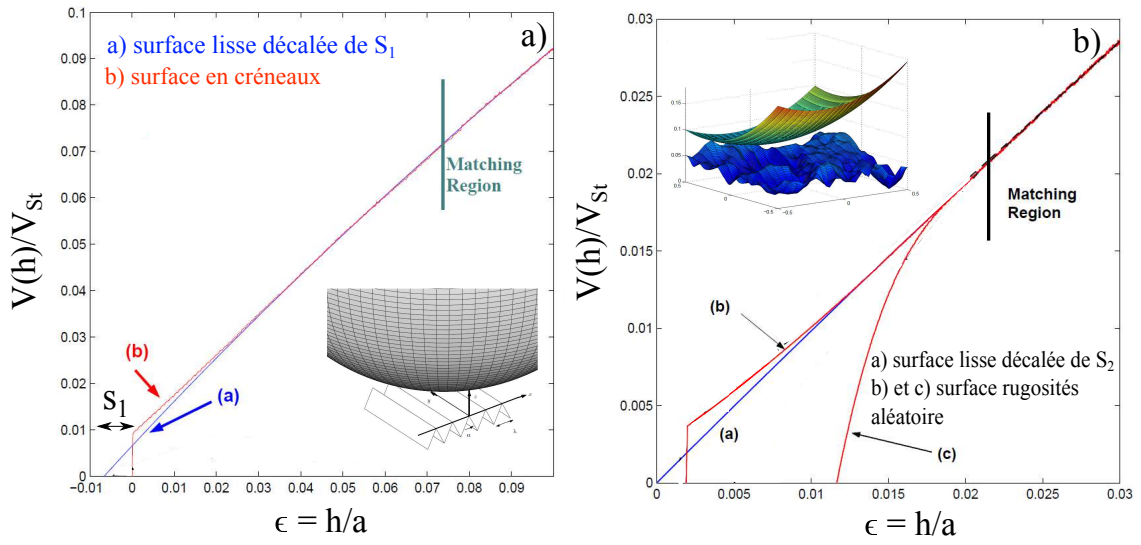


FIGURE 1.7 – Vitesse normalisée  $V(h)/V_{St}$  en fonction de  $\varepsilon$  pour une sphère s'approchant d'une surface lisse et d'une surface crénelée (a) et d'une surface aux rugosités aléatoires (b). D'après [25].

• **En résumé**, la présence de rugosités, qu'elles soient aléatoires, ou à géométrie contrôlée, sur la sphère ou sur la paroi, a pour effet de diminuer la force de traînée exercée sur la sphère (resp. d'augmenter sa vitesse). Ceci s'interprète qualitativement de la façon suivante : le drainage du fluide entre la sphère et la paroi est facilité car les espaces entre les rugosités jouent le rôle de micro-canaux par lequel le fluide peut s'échapper. Plusieurs techniques expérimentales permettent de quantifier cette réduction de traînée, qui dépend fortement des paramètres géométriques des textures. La force (resp. la vitesse) mesurée près d'une surface rugueuse apparaît comme étant la même que celle mesurée près d'une surface lisse située un peu plus loin, c'est à dire décalée d'une certaine longueur à l'intérieur des textures. Les questions soulevées par ce constat sont de savoir : s'il y a une justification théorique à ce décalage, si la longueur de décalage peut être prédite, en quoi elle est une caractéristique de la texture, et quels sont les ordres de grandeur qu'elle peut atteindre.



### Le modèle de surface lisse équivalente

Pour une sphère s'approchant dans un fluide visqueux d'une surface comportant des ondulations périodiques à une dimension, et dans l'hypothèse où la période des ondulations est petite devant la distance entre la sphère et le haut des ondulations, Lecoq et al. ont montré en utilisant le théorème de réciprocité de Lorentz [25], que la force de traînée est celle qui serait obtenue en présence d'une surface lisse décalée d'une longueur  $s_{eff}$  :

$$F(h) = F_0(h + s_{eff}) \quad (1.13)$$

où  $F_0$  est la force près d'une surface lisse. En remplaçant  $F_0$  par la traînée de Taylor, la force de traînée sur la sphère située à une distance  $h$  du sommet des ondulations s'écrit donc :

$$F(h) = -6\pi\mu a V(h) \frac{1}{h + s_{eff}} \quad (1.14)$$

De plus, dans l'équation 1.13, la longueur de décalage est la moyenne des longueurs effectives de glissement obtenues pour les écoulements de cisaillement parallèle ( $b_{//}$ ) et perpendiculaire ( $b_{\perp}$ ) aux ondulations :

$$s_{eff} \simeq \frac{b_{//} + b_{\perp}}{2} \quad (1.15)$$

Récemment, Asmolov et al. ont envisagé le cas d'une sphère s'approchant d'une surface anisotrope : la surface est plane mais présente des bandes alternées de condition de mouillage caractérisées chacune par une longueur de glissement locale :  $b_1$  pour les bandes de largeur  $\lambda_1$ , et  $b_2$  pour les bandes de largeur  $\lambda_2$ . Le formalisme de tenseur de glissement [27] permet d'utiliser, dans le cas de la surface anisotrope considérée, un tenseur réduit à une matrice  $2 \times 2$  dont les valeurs propres correspondent aux longueurs effectives de glissement  $b_{//}$  et  $b_{\perp}$ . En résolvant les équations de la lubrification avec les conditions limites données par ce tenseur de glissement, la force de traînée est obtenue par intégration du champ de pression, et s'écrit pour  $a \gg h \gg L$  sous la forme [28] :

$$F(h) = F_T(h) \left( 1 - \frac{b_{//} + b_{\perp}}{2h} \right) \quad (1.16)$$

qui coïncide dans la région de lubrification, où  $F_T(h) = -6\pi\mu a^2 V(h)/h$ , avec l'équation (1.14) dès que  $s_{eff} \ll h$ . D'autres expressions analytiques pour la correction à la traînée de Taylor ont été obtenues pour des valeurs de la distance de séparation  $h$  plus petites que la période des structures  $L$  des rainures, ou plus petites que la longueur de glissement  $b_2$  [28].

### Prédictions pour les longueurs effectives de glissement

Il est intéressant de comparer la valeur de  $s_{eff}$  obtenues expérimentalement en mesurant la traînée sur la sphère, avec les valeurs des longueurs effectives de glissement  $b_{//}$  et  $b_{\perp}$  prédites par la théorie de l'équation 1.15.

Rappelons que la notion de glissement effectif est bien connue depuis les années 70 [29] pour le cas d'un écoulement de cisaillement le long d'une paroi présentant des ondulations 1D (Figure 1.8). L'écoulement au voisinage d'une telle paroi est équivalent à un écoulement de cisaillement

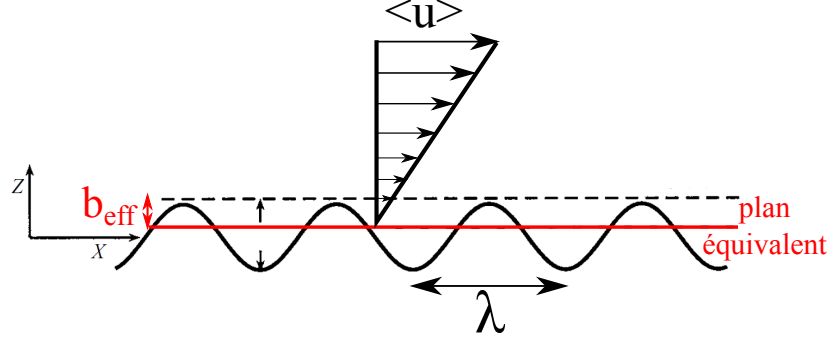


FIGURE 1.8 – Modèle de surface lisse équivalente

près d'une paroi lisse fictive, sur laquelle est reportée la condition à la limite "effective", c'est à dire pour l'écoulement moyen  $\langle u \rangle$ , où  $\langle . \rangle$  est la valeur moyenne dans le plan  $xOy$ . Autrement dit, la condition de non-glissement est écrite pour l'écoulement moyen sur une surface située à une distance  $b_{eff}$  du sommet des ondulations, vers le bas. Cette longueur est définie par :

$$b_{eff} = \frac{\langle u \rangle_{z=0}}{\left. \frac{d\langle u \rangle}{dz} \right|_{z=0}} \quad (1.17)$$

Il est important de noter que la moyenne n'a de sens que pour  $z \gg L$ , où  $L$  est la période des ondulations. Dans certains cas, selon la géométrie des ondulations, il est possible de calculer les valeurs de  $b_{eff}$ .

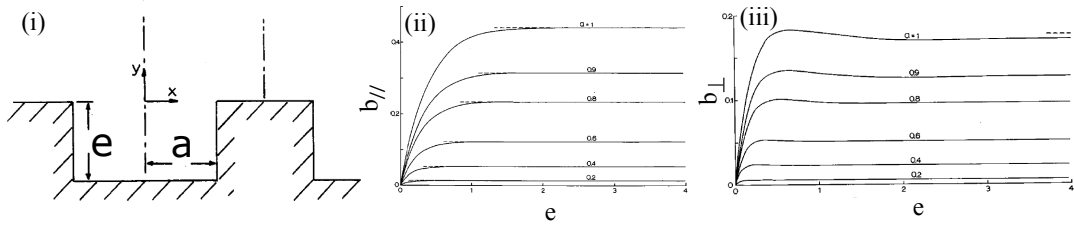


FIGURE 1.9 – (i) Plan de coupe d'une surface rainurée (ii) Coefficient de glissement longitudinal  $b_{//}$  en fonction de la hauteur  $b$  (iii) Coefficient de glissement transverse  $b_{\perp}$  en fonction de la hauteur  $b$  (l'espacement  $a$  est fixé)

Une géométrie très répandue de surfaces anisotropes à une dimension est celle des rainures (Figure 1.9i). Ce problème a été résolu numériquement [30], les résultats sont présentés sur les Figures 1.9ii et 1.9iii. Pour une hauteur et un espacement de rainure donnés, la longueur effective de glissement longitudinal  $b_{//}$  est toujours supérieure à celle calculée dans la direction transverse,  $b_{\perp}$ , du fait que l'écoulement est facilité dans la direction parallèle aux rainures. Il est intéressant de remarquer que dans les deux cas, un plateau est atteint lorsque la hauteur des piliers dépasse une valeur critique ( $\simeq 2$ ). La raison invoquée pour expliquer l'existence de ce plateau est l'existence de recirculations dans les rainures.

Pour des surfaces crénelées, les valeurs de  $b_{//}$  et  $b_{\perp}$  sont calculées analytiquement et numéri-

quement [25]. Les valeurs de  $s_{eff}$  ainsi obtenues sont en excellent accord avec les expériences.

Récemment, le développement des surfaces superhydrophobes a motivé la recherche de prédictions pour les longueurs effectives de glissement. Des solutions existent dans le cas de surfaces anisotropes 1D. Nous avons vu [28] qu'une surface rainurée super-hydrophobe peut être représentée par une surface plane, comportant des bandes alternées caractérisées chacune par une longueur de glissement locale :  $b_1$  pour les bandes de largeur  $\lambda_1$  au dessus du solide, et  $b_2$  pour les bandes de largeur  $\lambda_2$  au dessus du liquide. Les valeurs de  $b_2$  sont supposées être grandes en raison de la présence d'air piégé dans les rainures (Figure 1.10). La condition de non-glissement au dessus des parois solides est exprimée par  $b_1 = 0$ . Les valeurs propres du tenseur de glissement sont alors obtenues analytiquement [31] en fonction de  $\Phi_2$ , la fraction surfacique de gaz, et de  $b_2$ .

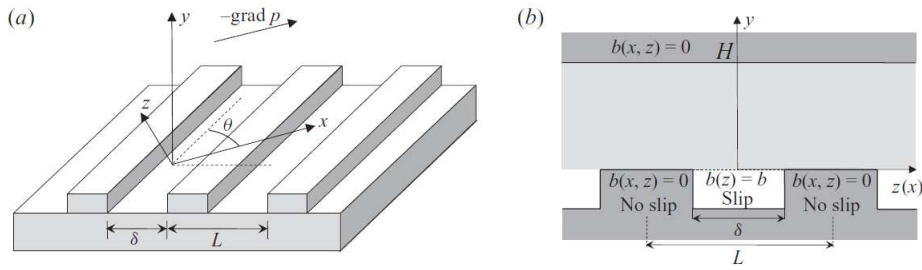


FIGURE 1.10 – (a) Schéma d'une surface superhydrophobe striée (l'écoulement transverse correspond à  $\theta = \pi/2$  et l'écoulement longitudinal à  $\theta = 0$ ) (b) conditions aux limites pour les interfaces gaz-liquide et solide-liquide.

Ces prédictions peuvent s'appliquer au cas d'une surface striée hydrophile, en considérant que la longueur de glissement  $b_2$  au-dessus du liquide est égale à la hauteur des textures. Les valeurs de  $s_{eff}$  ont été obtenues expérimentalement avec une sphère s'approchant, dans une huile très visqueuse, de micro-rainures oléophiles fabriquées par photolithographie (Figure 1.11). L'accord entre les prédictions et la théorie est satisfaisant [32].

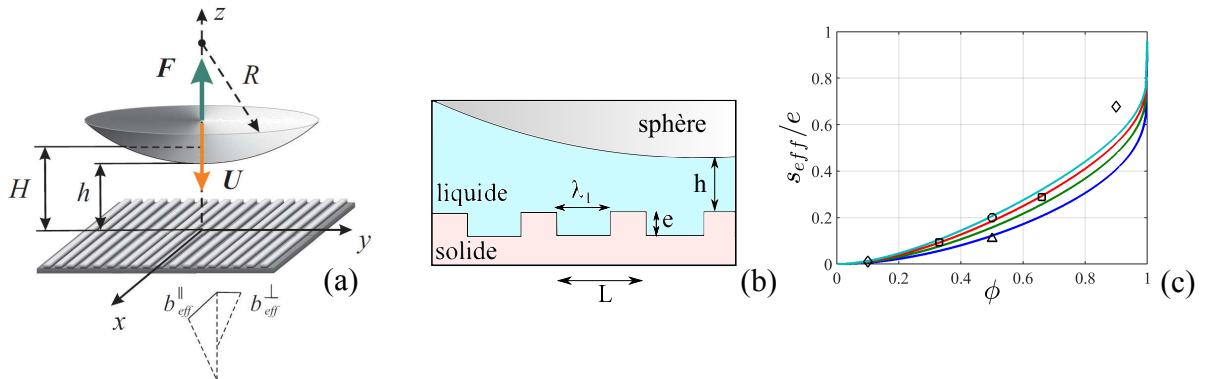


FIGURE 1.11 – (a) Sphère au voisinage d'une surface striée hydrophile. (b) Paramètres géométriques des piliers (c)  $s_{eff}/e$  en fonction de la densité de piliers. Le modèle correspond (de bas en haut) à  $L = 100, 150, 200, 250 \mu m$ . Les symboles correspondent aux points expérimentaux. D'après [32]

Pour des surfaces isotropes, de type réseau de piliers à 2 dimensions, les expériences [23] montrent que la correction à la traînée de l'équation 1.14 s'applique. Cependant, il n'existe pas de prédiction analytique pour le glissement effectif dans ce cas. A notre connaissance, seule une approche en loi d'échelle [33] a été proposée pour quantifier le glissement effectif dans le cas de surfaces super-hydrophobes. Nous détaillons ici les principales étapes de cette approche qui concerne une surface super-hydrophobe idéale (sans présence de ménisque) composée de micro-piliers hydrophobes carrés ou cylindriques de hauteur  $e$  et de largeur  $a$  sur un réseau de période  $L$  (Figure 1.12). Le liquide, de viscosité  $\eta$ , est en contact avec le dessus des piliers et avec le gaz de viscosité  $\eta_g$ , dont l'interface avec le liquide est supposée plane.

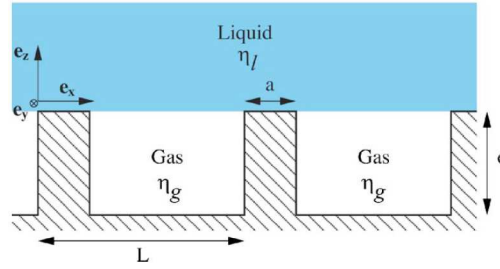


FIGURE 1.12 – Interface liquide-gaz pour une surface superhydrophobe idéale.  $L$ ,  $e$ ,  $a$  représentent respectivement la période, la hauteur et la largeur des piliers. Figure extraite de [33]

La longueur effective de glissement au-dessus du gaz,  $b_g$ , est estimée en tenant compte de la dissipation visqueuse dans le gaz. Pour cela, la phase composite (gaz + pilier) est remplacée par un milieu effectif dans lequel sont calculés le champ de vitesse moyen  $\langle U \rangle$  et le champ de pression moyen  $\langle P \rangle$ , qui vérifient :

$$\eta_g \Delta \langle U \rangle = -\nabla \langle P \rangle = \frac{1}{L^2} f_p \quad (1.18)$$

où  $f_p = \beta(\phi) \eta_g \langle U \rangle$  est la force de traînée exercée par l'écoulement sur un pilier de hauteur unité. Le coefficient  $\beta(\phi)$  augmente avec la fraction surfacique  $\phi$  des piliers, et a fait l'objet de nombreuses prédictions (pour une revue, voir [34]). L'équation 1.18 s'intègre pour donner la contrainte visqueuse moyenne :

$$\langle \sigma_w \rangle = \eta_g \frac{\langle U \rangle}{L} \frac{\sqrt{\beta(\phi)}}{\tanh\left(\sqrt{\beta(\phi)} \frac{e}{L}\right)} \quad (1.19)$$

La longueur effective de glissement associée au champ de vitesse moyen est alors, au-dessus du gaz :

$$b_g \sim L \frac{\eta}{\eta_g} \frac{\tanh\left(\sqrt{\beta(\phi)} \frac{e}{L}\right)}{\sqrt{\beta(\phi)}} \quad (1.20)$$

Dans la limite où  $b_g$  est petit (forte dissipation), la longueur effective de glissement pour la surface composite est :  $b_{eff} \sim (1 - \phi)b_g$ . Par ailleurs, une longueur effective de glissement dite "idéale" est réalisée pour la surface composite lorsque la dissipation dans le gaz est négligeable

(correspondant à une condition à la limite de cisaillement nul). Son expression, obtenue en combinant une analyse en loi d'échelle et des calculs numériques [33] est la suivante :

$$b_{ideal} \simeq L \left( \frac{0.325}{\sqrt{\phi}} - 0.44 \right) \quad (1.21)$$

Finalement, la longueur effective de glissement au-dessus de la surface composite,  $b_{eff}$ , est proposée sous la forme d'une interpolation entre ces deux cas limites :

$$\frac{1}{b_{eff}} = \frac{1}{(1 - \Phi)b_g} + \frac{1}{b_{ideal}} \quad (1.22)$$

Des simulations numériques 3D ont été effectuées pour tester l'équation (1.22) et un excellent accord a été trouvé pour  $0.03 \leq \phi \leq 0.8$  et un rapport de viscosité  $0.01 \leq \eta/\eta_g \leq 100$ . Remarquons que ces prédictions concernent également les surfaces hydrophiles : il n'y a alors qu'un seul liquide ( $\eta_g = \eta$ ).

### Conclusion sur la modélisation de l'effet des rugosités sur la force de traînée

L'effet de la rugosité de surface sur la force de traînée sur la sphère peut être modélisée par une correction à la force de Taylor, sous la forme d'une longueur de décalage par rapport à une surface lisse. Ce modèle de surface lisse équivalente est applicable pour des distance sphère-paroi grandes devant l'espacement caractéristique des rugosités. Il a été justifié théoriquement pour des surfaces anisotropes 1D. La longueur de décalage est alors égale à la moyenne des longueurs de glissement effectives dans les 2 directions principales de la surface. Des prédictions théoriques ou numériques de glissement effectif sont disponibles pour certaines géométries simples (rainures), et des comparaisons avec les mesures de force de traînée sur une sphère existent. Pour des surfaces isotropes 2D, de type réseau carré de piliers, une théorie en loi d'échelle permet de prédire la longueur de glissement effectif  $b_{eff}$ , en accord avec des calculs numériques. Aucune comparaison avec des mesures de force de traînée n'a été encore réalisée à notre connaissance.

## 1.3 Collision immergée d'une sphère avec une paroi à nombre de Stokes modéré

Jusqu'ici, nous avons considéré le cas de l'écoulement à petit nombre de Reynolds, pour lequel l'énergie cinétique de la sphère est entièrement dissipée par les forces de viscosité au fur et à mesure qu'elle s'approche de la paroi, jusqu'à son arrêt total (collage) au contact avec la paroi.

Le cas opposé est celui où le fluide offre une résistance négligeable au mouvement de la sphère. Lors de la collision, l'énergie cinétique de la sphère est convertie en énergie de déformation élastique, puis restituée en énergie cinétique : la sphère rebondit. On définit alors le coefficient de restitution  $\varepsilon_r$  comme le rapport de la vitesse de rebond sur la vitesse d'impact. Pour un rebond élastique dans l'air sur une plaque massive,  $\varepsilon_r$  atteint sa valeur maximale,  $\varepsilon_{r_{max}}$ , qui est égale à  $\simeq 0.99$ , c'est à dire que seulement 1% de l'énergie a été dissipée (en l'occurrence absorbée par les ondes élastiques de la plaque [35]).

Nous nous intéressons dans ce paragraphe au cas intermédiaire où la résistance du fluide au mouvement de la sphère n'est pas négligeable, et où la sphère possède une inertie comparable à cette résistance. Cela correspond à des situations où les nombres de Reynolds et de Stokes (Equation 1.1) sont de l'ordre de l'unité. Si l'énergie cinétique résiduelle et donc la déformation élastique de la sphère, sont significatives, celle-ci peut rebondir. C'est le rebond élasto-hydrodynamique. La transition de rebond est contrôlée par le nombre de Stokes, et la valeur du nombre de Stokes critique  $St_c$ , au-delà de laquelle le rebond a lieu se situe autour de 10. De plus, le coefficient de restitution  $\varepsilon_r$  est également contrôlé par le nombre de Stokes. Nous allons d'abord nous intéresser aux travaux concernant la transition de rebond, c'est-à-dire lorsque  $St$  est plus petit que  $St_c$  mais s'en approche. Puis, nous exposerons les différents résultats sur la dynamique de rebond pour  $St > St_c$ .

### 1.3.1 Transition de rebond

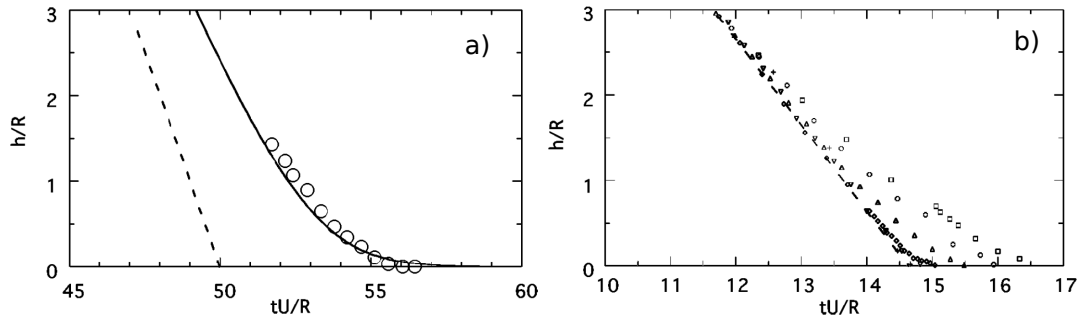


FIGURE 1.13 – Distance normalisée en fonction du temps normalisé pour une sphère s'approchant d'une paroi lisse.  $R$  et  $U$  désignent respectivement le rayon et la vitesse de la sphère.

a) ( $\circ$ ) expériences à  $Re = 5.10^{-4}$ . (—) droite de pente -1. (—) loi de lubrification.  
b) Expériences à  $Re = 0.2$  ( $\square$ ),  $0.33$  ( $\circ$ ),  $1.1$  ( $\triangle$ ),  $2.5$  ( $\diamond$ ),  $4$  ( $\nabla$ ) et  $7$  ( $+$ ). (—) droite de pente -1. Figures extraites de [36].

Peu d'études se sont intéressées à l'influence de l'hydrodynamique sur la transition vers le rebond. L'approche d'une sphère immergée d'une paroi plane et lisse a été étudiée expérimentalement pour des nombres de Reynolds  $0.1 < Re < 10$  [36]. Les résultats montrent que la trajectoire de la sphère est influencée par la paroi sur une distance qui se réduit au fur et à mesure que le Reynolds augmente (Figure 1.13b). Pour  $Re = 7$  ( $St = 12$ ) la trajectoire de la sphère reste celle qu'elle aurait en l'absence de paroi (ligne droite, pas de freinage), jusqu'à un point proche du contact physique, mais ne rebondit pas. Ces expériences ont été réalisées avec une caméra rapide (6000 images/s) avec une erreur relative sur la position de la sphère égale à 4% de son rayon. Le nombre de points à  $\varepsilon = h/a \ll 1$  est donc réduit (Figure 1.13). Des expériences de vélocimétrie par images de particules (PIV) ont également été réalisées en parallèle de simulations numériques [37] dans le cas d'une sphère immergée dans de l'huile à  $0.2 < St < 4$ . Cependant, la résolution spatiale n'a pas été suffisante pour capturer la zone de lubrification. Plus récemment, des visualisations de chute de bille sur un film visqueux réalisées avec un matériel très performant (caméra à 50000 images/s et de résolution spatiale de  $3.3 \mu m$ ) ont permis d'avoir accès à l'évolution de la

vitesse de la bille dans la région de lubrification [38]. Cependant, la région proche du contact n'a pas été explorée (Figure 1.14).

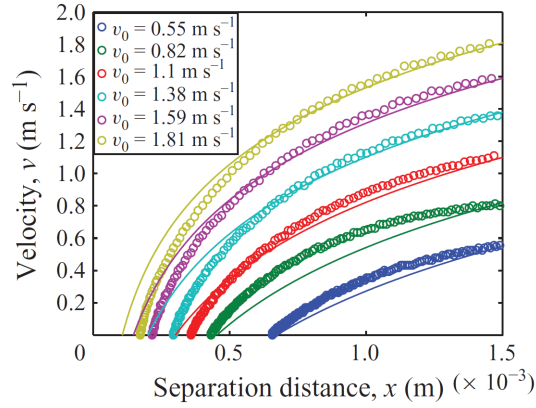


FIGURE 1.14 – Vitesse d'une sphère de 50 mm tombant sur un film visqueux de 2.25 mm et de viscosité 29.6 Pa.s, en fonction de la distance à la paroi, pour différents nombres de Stokes situés en dessous de la transition de rebond :  $St = 0.8, 1.2, 1.6, 2.0, 2.3, 2.6$  (de bas en haut). Figures extraites de [38].

La dynamique d'une sphère immergée dans de l'huile à l'approche d'une surface lisse pour  $0.5 < St < 10$  [39] a été étudiée avec la technique d'interférométrie laser. Pour cette gamme de  $St$ , deux régimes distincts sont observés dans la région de lubrification. Le premier régime, "loin" de la paroi, est caractérisé par l'équilibre de l'inertie et des forces de freinage visqueux, et conduit à une évolution non-linéaire de la vitesse avec la distance à la paroi (Figure 1.15a). La résolution spatiale de l'interférométrie permet d'avoir accès à la région "très proche" de la paroi, juste avant le contact. Une dépendance linéaire de la vitesse avec la distance, avec une vitesse caractéristique  $V_0$ , y est observée. En effet, la sphère a été suffisamment freinée pour que la dynamique soit régie par l'équilibre entre les forces de gravité et les forces de freinage visqueux. Cependant, la vitesse  $V_0$  est différente de la vitesse de Stokes. L'extension spatiale de ce régime linéaire se réduit au fur et à mesure que le nombre de Stokes augmente (Figure 1.15a) : pour  $St = 9$ , elle n'est plus que de quelques  $\mu\text{m}$ . Ces observations peuvent être modélisées par l'équation du mouvement de la sphère écrite ici sous forme adimensionnelle :

$$-St_m \frac{d^2\varepsilon}{d\tau^2} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\tau} + 1 \quad \text{avec} \quad St_m = \frac{\rho_p [V_0]^2}{(\rho_p - \rho_f)ga} \quad (1.23)$$

avec  $V_0$  la vitesse de normalisation,  $\tau = t V_0/a$  le temps adimensionnel. On voit que la dynamique est contrôlée par  $St_m$ , un nombre de Stokes basé sur la vitesse  $V_0$ . L'accord entre modèle et expérience est satisfaisant (Figure 1.15b).

Récemment, ces deux régimes ont été reproduits par des calculs numériques utilisant une méthode couplée solide-fluide [40]. Pour pallier la résolution insuffisante du maillage dans la région de lubrification, une force de lubrification est introduite dès que la distance sphère-plan est inférieure à  $a/2$ . De plus, cette force de lubrification est modifiée par un paramètre de rugosité  $\eta_e$ , qui correspond à la taille moyenne des aspérités de la sphère. Les simulations sont en bon accord avec

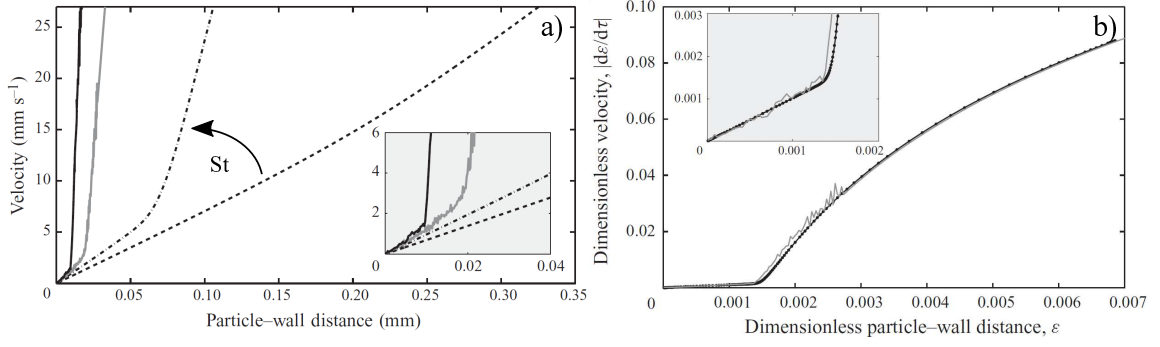


FIGURE 1.15 – a) Vitesse de la sphère mesurée en fonction de la distance à la paroi pour  $St = 1.72, 3.90, 6.90, 9.24$  (de droite à gauche) b) Vitesse normalisée en fonction de la distance adimensionnelle pour  $St = 9.24$  (expérience et modèle avec  $St_m = 16$ ). Figures extraites de [39].

les expériences (Figure 1.16 a). Une modification du modèle (1.23) est proposée pour tenir compte de l'influence des aspérités sur la force de lubrification, qui conduit à l'équation du mouvement suivante :

$$-St_m \frac{d^2\varepsilon}{d\tau^2} = \frac{1}{\varepsilon + \frac{\eta_e}{a}} \frac{d\varepsilon}{d\tau} + 1 \quad \text{avec} \quad St_m = \frac{\rho_p [V_0]^2}{(\rho_p - \rho_f)ga} \quad (1.24)$$

La Figure 1.16b montre les résultats de la résolution de l'équation (1.24) pour  $5 \cdot 10^{-5} \leq \eta_e/a \leq 5 \cdot 10^{-4}$  pour  $St_m = 10.9$  et  $V_0 = 0.98 \text{ m.s}^{-1}$ . Il est visible que plus le rapport  $\eta_e/a$  augmente, plus la dynamique de la sphère est modifiée : la vitesse de la sphère augmente localement avec la rugosité et l'extension du régime linéaire se réduit.

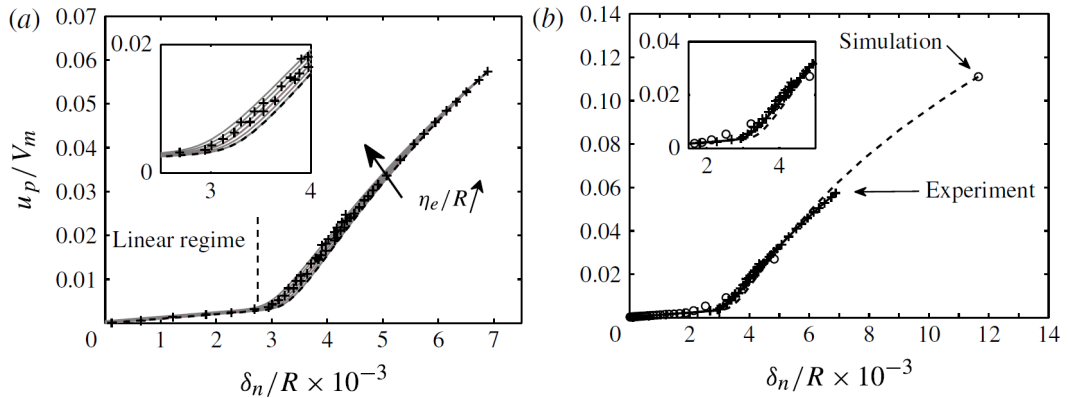


FIGURE 1.16 – Vitesse de la sphère adimensionnée  $u_p/V_m$  en fonction de la distance adimensionnée  $\delta_n/R$  ( $R$  est le rayon de la sphère). a) + expériences [39] ( $V_m = 0.77 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $St_m = 10.9$ ),  $\circ$  simulation numérique ( $V_m = 0.74 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $St_m = 9.3$ ,  $\eta_e/R = 2 \cdot 10^{-4}$ ), . b) + expériences [39] ; - solutions de (1.24) pour  $5 \cdot 10^{-5} \leq \eta_e/R \leq 5 \cdot 10^{-4}$  avec  $St_m = 10.9$  et  $V_m = 0.98 \text{ m.s}^{-1}$ . Figures extraites de [40].



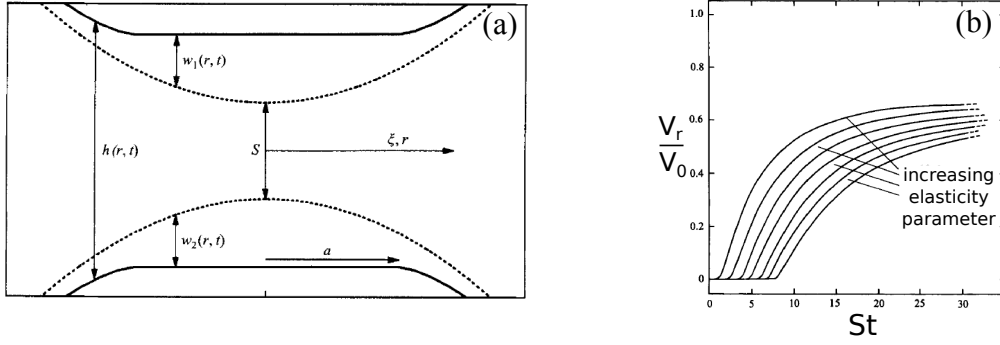


FIGURE 1.17 – (a) Schéma de l’approche de 2 sphères lisses immergée (région extérieure en pointillée et région intérieure en trait plein) (b) Coefficient de restitution effectif en fonction du nombre de Stokes obtenu numériquement par la théorie d’élastohydrodynamique [41] (c) Vitesse adimensionnée par la vitesse d’impact en fonction de la distance adimensionnée par la distance initiale entre les 2 surfaces. Comparaison des modèles d’élastohydrodynamique (○) [41], et de ses approximations [42] (◇) et [43] (–) (– –).

### 1.3.2 Nombre de Stokes de transition

Les premières prédictions du nombre de Stokes critique de transition reposent sur la théorie élasto-hydrodynamique. Celle-ci a été utilisée dans le cas de l’approche de deux sphères élastiques immergées dont les surfaces sont supposées lisses [41]. Dans cette théorie, l’écoulement de lubrification dans le film liquide et la déformation élastique des deux surfaces solides sont couplés via le champ de pression. Les auteurs ont quantifié une échelle de longueur d’élasticité,  $x_1$ , correspondant à la distance sphère-plan au-dessous de laquelle la sphère se déforme significativement et peut rebondir (Figure 1.17a). Cette longueur  $x_1$  s’exprime de la manière suivante :

$$x_1 = (4\theta\mu v_0 a^{3/2})^{2/5} \quad \text{avec} \quad \theta = (1 - \nu_1^2)/\pi E_1 + (1 - \nu_2^2)/\pi E_2 \quad (1.25)$$

où  $\nu_i$  est le coefficient de Poisson,  $E_i$  le module de Young de la sphère ( $i = 1$ ) et du plan ( $i = 2$ ) et  $v_0$  désigne la vitesse à une distance  $x_0$  de la sphère. La dynamique de collision est alors gouvernée par le nombre de Stokes  $St_0$ , basé sur la vitesse de la sphère  $v_0$

$$St_0 = \frac{m_s v_0}{6\pi\mu a^2} \quad (1.26)$$

où  $m_s$  est la masse de la sphère, et par un paramètre d’élasticité sans dimension, défini par  $\zeta = (x_1/x_0)^{5/2}$ . Le coefficient de restitution  $\varepsilon_r$  en fonction du nombre de Stokes, tracé Figure 1.17b pour différentes valeurs de  $\zeta$ , montre que le Stokes critique de transition diminue quand  $\zeta$  augmente.

Un critère approximatif pour le déclenchement du rebond est que la sphère doit avoir une vitesse non-nulle en arrivant à la distance  $x_1$  de la paroi [8]. Or l’équation du mouvement de la sphère soumise à la seule force de résistance du fluide, la force de Taylor, conduit à une évolution logarithmique de la vitesse avec la distance  $h$  à la paroi [8] :

$$\frac{V(h)}{v_0} = 1 - \frac{1}{St_0} \ln\left(\frac{x_0}{h}\right) \quad (1.27)$$

où l'on voit que le paramètre de contrôle est le nombre de Stokes  $St_0$ . Le rebond se produit donc pour  $V(h = x_1) = 0$ , soit pour un nombre de Stokes  $St_0 > St_c$  avec  $St_c$  le nombre de Stokes de transition défini par [8] :

$$St_c = \ln \left( \frac{x_0}{x_1} \right) \quad (1.28)$$

Le développement de la théorie élasto-hydrodynamique a motivé les premières expériences réalisées en faisant tomber une bille sur un film visqueux, et en détectant le rebond "à l'oeil nu" [8], puis à l'aide d'un appareil photo stroboscopique [6]. Pour des surfaces lisses, la confrontation du modèle avec les expériences montre un bon accord [8] [6]. Dans ces travaux, des expériences de chute de sphère sur un plan rugueux enduit d'un film visqueux ont également été effectuées [8]. Le plan a été couvert de rugosités artificielles (hémisphères de rayon  $x_b = 38 \mu m$ ). Les expériences montrent que dans ce cas où la taille caractéristique des rugosités,  $x_b$ , est grande devant l'échelle caractéristique d'élasticité,  $x_1$ , le déclenchement du rebond est favorisé par les rugosités. Dans ces travaux,  $x_1$  varie de 1 à 10 microns. Le critère de rebond sur une surface rugueuse est alors :

$$St_c = \ln \left( \frac{x_0}{x_b} \right) \quad (1.29)$$

Des expériences pour une sphère complètement immergée dans un liquide ont ensuite été effectuées en utilisant une caméra rapide pour enregistrer la dynamique de rebond et un capteur de pression pour détecter la collision [44], mettant en évidence une transition autour de  $St \simeq 10$ . Le temps de contact mesuré est de l'ordre de celui donné par la théorie du contact de Hertz. Le rebond d'une sphère immergée sur une paroi frontale, a été étudié pour une large gamme de nombre de Stokes [5]. Dans cette étude, l'influence de plusieurs paramètres a été testée : la viscosité du fluide, le matériau de la sphère, l'épaisseur de la plaque. Les résultats montrent que le nombre de Stokes critique  $St_c$  au-delà duquel le rebond a lieu est de l'ordre de  $St_c \simeq 10$  pour tous les matériaux testés. Les mêmes conclusions ont été établies dans le cas d'une sphère attachée à un pendule impactant une paroi latérale [9]. Notons que dans les expériences de pendule [9], la zone de transition est caractérisée par une grande dispersion des points, qui est attribuée à la rugosité des surfaces.

### 1.3.3 Dynamique de rebond

#### Courbes vitesse en fonction de la distance

La théorie élastohydrodynamique se concentre sur la zone de lubrification. La dynamique de rebond prédite par cette théorie est tracée Figure 1.18 sous la forme de courbes vitesse-distance pour différents modèles [41] [42] [43]. Les distances négatives correspondent à l'interpénétration des surfaces. Expérimentalement, la dynamique de rebond d'une sphère immergée peut être caractérisée à plusieurs échelles, selon la résolution des dispositifs expérimentaux. A notre connaissance, les seules expériences ayant la résolution spatio-temporelle suffisante pour enregistrer le détail de la dynamique de rebond au voisinage de la paroi, sont des visualisations obtenues récemment par caméra rapide (vitesse d'acquisition de 50000 images/s) de chute de bille sur un film visqueux [38]. Pour des nombres de Stokes situés au-dessus de la transition de rebond, les courbes de vitesse en

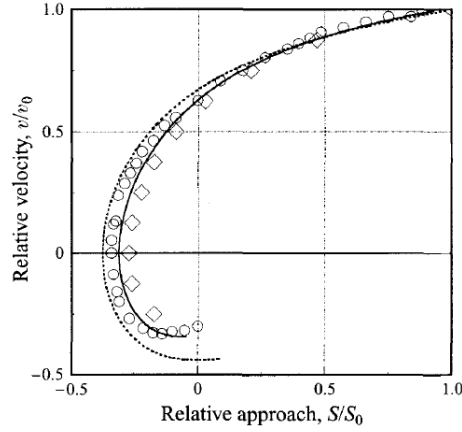


FIGURE 1.18 – Vitesse adimensionnée par la vitesse d'impact en fonction de la distance adimensionnée par la distance initiale entre les 2 surfaces. Comparaison des modèles d'élastohydrodynamique (○) [41], et de ses approximations [42] (◇) et [43] (···) (—).

fonction de la distance de séparation (Figure 1.19) incluent des valeurs négatives de la vitesse dans la phase de rebond. Pour la vitesse d'impact la plus grande (1.58 m/s), ces valeurs négatives sont de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ , ce qui est interprété comme une déformation de la sphère.

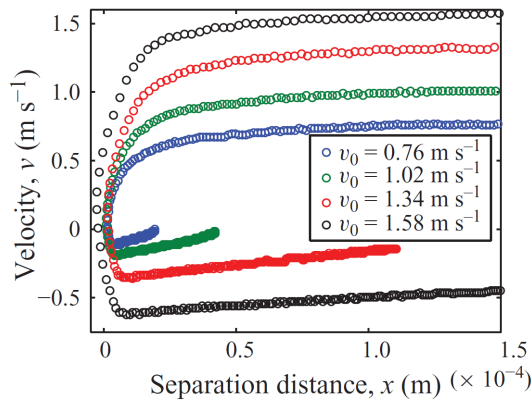


FIGURE 1.19 – Vitesse d'une sphère de 38 mm tombant sur un film visqueux de 2.25 mm et de viscosité 1.6 Pa.s, en fonction de la distance à la paroi, pour différents nombres de Stokes situés au-dessus de la transition de rebond :  $St = 15.5, 20.8, 27.3, 32.2$ . Figures extraites de [38].

### Coefficient de restitution

Une manière plus globale de caractériser le rebond est le coefficient de restitution normal,  $\varepsilon_r$ . Il est défini comme le rapport de la composante normale de la vitesse de la sphère lorsqu'elle quitte la paroi,  $V_R$ , sur la composante normale de la vitesse de collision, ou vitesse d'impact,  $V_i$  [45]. Ainsi, le coefficient de restitution est une mesure de la dissipation d'énergie due à la collision seule. Les sources de dissipation d'énergie sont nombreuses : on peut citer les vibrations, ondes élastiques, la viscoélasticité et la plasticité des matériaux.

Or en pratique, il est difficile de mesurer une vitesse "juste avant" et "juste après" la collision.

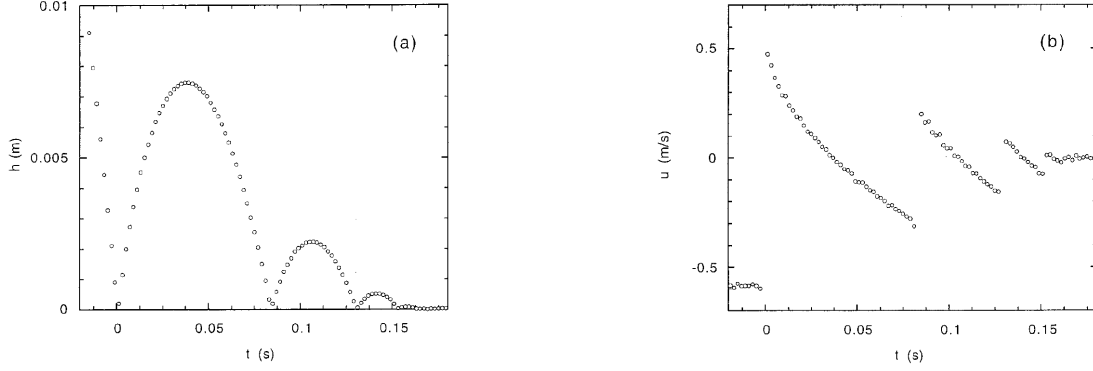


FIGURE 1.20 – Rebond immergé d’une sphère en acier de 3 mm impactant une paroi lisse en verre dans de l’huile silicone V10.  $Re = 82$ ,  $St = 152$  e  $= 0.78$ . (a) Position  $h$  et (b) vitesse en fonction du temps. Figures extraites de [5].

Pour la plupart des expériences de collision immergée sur une surface lisse, la résolution spatiale des dispositifs utilisés ne permet pas de mesurer la vitesse d’impact [36] [5] [9]. Par exemple, sur la figure 1.20, on détecte à peine le ralentissement de la sphère juste avant la paroi. De plus, le temps de collision est souvent beaucoup plus petit que la résolution temporelle. Le coefficient de restitution est donc usuellement défini comme le rapport  $V_R/V_T$ , où  $V_T$  est la vitesse "loin" de la paroi, c’est à dire la vitesse terminale de la sphère dans un fluide infini, et la vitesse  $V_R$  est la vitesse maximale enregistrée après la collision. Ce coefficient de restitution  $V_R/V_T$  est donc une valeur macroscopique. La dissipation d’énergie qui lui est associée provient non seulement de la déformation solide mais aussi de la dissipation visqueuse dans le fluide avant rebond.

La Figure 1.21 représente le coefficient de restitution normalisé  $\varepsilon_r/\varepsilon_{r_{max}}$  en fonction du nombre de Stokes mesuré dans les expériences de rebond immergé [5]. Les points expérimentaux se placent sur une courbe maîtresse, ce qui indique que le coefficient de restitution est contrôlé par le nombre de Stokes. De plus, ce résultat dépend faiblement des propriétés élastiques des matériaux.

Des simulations numériques récentes [47] ont permis, en offrant la résolution suffisante dans la région du contact, de mettre l’accent sur la diminution de la vitesse de la sphère juste avant l’impact (Figure 1.22). Ici, pour  $St = 53$ , la vitesse de contact  $V_C$  est environ 12 % inférieure à  $V_T$ , ce qui reste significatif. Les auteurs ont ainsi estimé que la variation relative du coefficient de restitution due à la différence  $V_T - V_C$  serait de 5 %, 10 % et 20 % respectivement pour  $St = 1549$ , 54 et 21. Selon eux, la variabilité des résultats expérimentaux pour le coefficient de restitution est surtout due aux rugosités de surface. Le coefficient de restitution effectif est alors calculé numériquement pour différentes valeurs du paramètre  $\eta_e$  la hauteur moyenne des aspérités. L’accord entre les simulations numériques et les expériences est très bon. Notons que dans ces simulations, le contact solide est modélisé par une force de contact normale qui varie linéairement avec la distance de recouvrement (pénétration) des surfaces, donc différente de la loi de contact de Hertz.

Un modèle analytique simple, sans paramètre ajustable, pour estimer le coefficient de restitution effectif est proposé [40]. En supposant que le temps de contact résulte d’une collision purement élastique (pas de dissipation dans le solide ou le fluide), et que la contrainte élastique équilibre la pression de lubrification, le coefficient de restitution obtenu est :

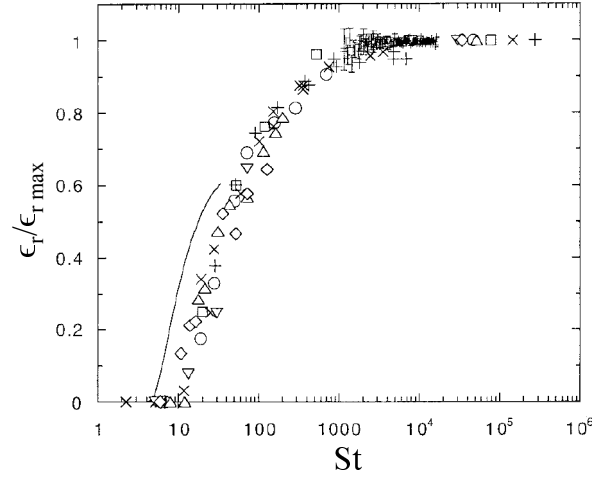


FIGURE 1.21 – Coefficient de restitution normalisé  $\varepsilon/\varepsilon_{max}$  en fonction du nombre de Stokes pour différents matériaux : carbide de tungstène (+), acier (×), verre (○), Téflon (□), Delrin (△), polyurethane (▽) et Nylon (◇). Les points avec barre d'erreur correspondent aux données de [46]. Image extraite de [5].

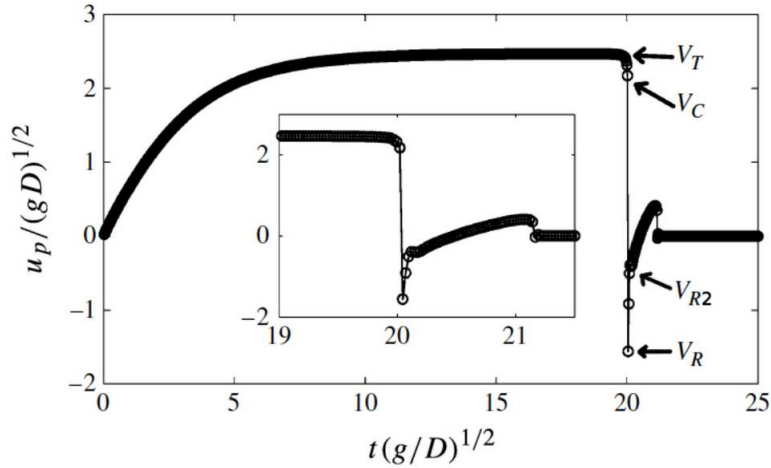


FIGURE 1.22 – Evolution temporelle de la vitesse verticale adimensionnée. Définition des différentes vitesses caractéristiques  $V_T$ ,  $V_C$ ,  $V_R$  et  $V_{R2}$ . Est inséré un zoom sur la vitesse pendant le rebond. Image extraite de [40].

$$\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{max}} = \frac{V_C}{V_T} \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{\beta St}}\right) \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{V_C}{V_T} = 1 + \frac{1}{St} \ln\left(\frac{\eta_e}{a}\right) \quad (1.30)$$

Ce modèle (Equation (1.30)) est tracé Figure 1.23 en fonction du nombre de Stokes pour  $10^{-6} \leq \eta_e/a \leq 10^{-3}$ . L'accord avec les expériences et les simulations numériques est très bon.

### 1.3.4 Conclusion sur l'influence des rugosités de surface sur la dynamique

La transition de rebond d'une sphère immergée a été beaucoup étudiée, expérimentalement et théoriquement. Les résultats montrent que le rebond est contrôlé par le nombre de Stokes de la sphère, qui mesure l'importance de son inertie par rapport au freinage visqueux. Pour une surface

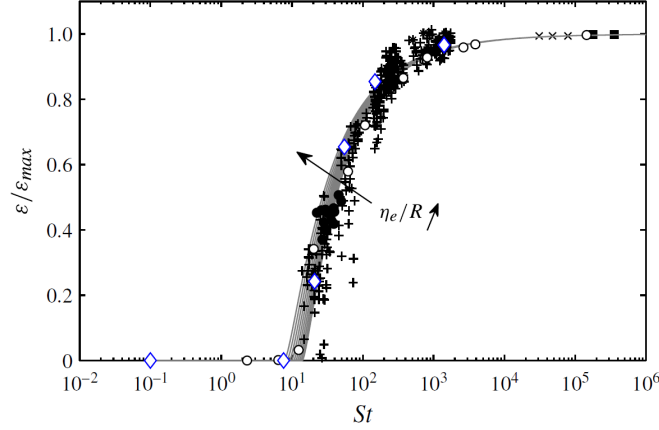


FIGURE 1.23 – ( $\diamond$ ) Simulations numériques de [40] avec  $\rho/\rho_p = 8$  et  $\eta_e/R = 2 \times 10^{-4}$  avec prise en compte de la force de lubrification.  $R$  est le rayon des sphères. Les autres symboles représentent les points expérimentaux obtenus par différents auteurs. Traits continus : équation (1.30) avec  $10^{-6} \leq \eta_e/R \leq 10^{-3}$ .

lisse, la valeur de la transition de rebond est bien établie autour de  $St = 10$ . Les temps de contact sont de l'ordre de celui prédit par la théorie de Hertz. Cependant, il existe un large spectre de preuves expérimentales, étayées par des modèles simples, montrant que les rugosités de surface ont une influence sur la transition de rebond. Peu de dispositifs, expérimentaux ou numériques, ont la résolution spatio-temporelle suffisante pour caractériser la dynamique de rebond dans la région proche du contact. C'est pourquoi le coefficient de restitution est défini à partir d'une vitesse d'impact "loin" de la paroi. Cependant, c'est cette région proche de la paroi qui est intéressante pour comprendre les mécanismes du rebond.

## 1.4 Conclusion sur l'état des lieux

Par cet état des lieux, nous montrons que de nombreuses problématiques subsistent sur la dynamique d'une sphère proche d'une paroi. En particulier, le rôle de la rugosité des surfaces est crucial. Cependant, un nombre restreint de résultats expérimentaux permet de caractériser son effet sur la dynamique dans la zone de lubrification. Cela s'explique par le fait que les dispositifs ont généralement une résolution spatio-temporelle insuffisante pour capter la région proche de la paroi.

A  $Re \ll 1$  des solutions analytiques ont été développées pour la prédiction des longueurs effectives de glissement pour des surfaces anisotropes 1D, de même qu'une théorie en loi d'échelle pour des surfaces isotropes 2D. Cette dernière théorie n'a cependant pas encore été confrontée à des expériences.

Pour des nombres de Stokes modérés, la dynamique d'approche de la sphère est plus complexe. Lorsque l'inertie n'est pas suffisante pour qu'elle rebondisse, des simulations numériques [40] ont montré que la rugosité de la sphère avait un impact sur le régime linéaire responsable du collage de la sphère à la paroi. Il serait intéressant de poursuivre dans cette étude en utilisant des surfaces aux rugosités contrôlées.

Enfin, l'effet de la rugosité sur les mécanismes du rebond a été constaté expérimentalement [9] et étudié numériquement [40]. Cependant, aucune étude expérimentale ne relie la géométrie des surfaces avec la dynamique de rebond dans la région proche de la paroi. De plus, la mesure du coefficient de restitution qui quantifie la dissipation lors de la collision reste une mesure effective.

# Chapitre 2

## Dispositif expérimental

### Contents

---

<b>2.1 Montage expérimental</b>	<b>36</b>
2.1.1 L'interférométrie pour la mesure de petits déplacements	36
2.1.2 Cellules de mesures, fluide et sphères	39
2.1.3 Conversion opto-électronique et acquisition	41
2.1.4 Traitement du signal	43
<b>2.2 Validation du système d'acquisition haute fréquence</b>	<b>43</b>
2.2.1 Approche d'une surface lisse à $Re \ll 1$	43
2.2.2 Approche d'une surface lisse à $Re$ modéré	47
2.2.3 Conclusion sur la technique de mesure	48
<b>2.3 Surfaces micro-texturées oléophiles</b>	<b>50</b>
2.3.1 Micro-fabrication	50
2.3.2 Géométrie des surfaces texturées	52

---

Pour mesurer les petits déplacements d'une sphère sédimentant dans un fluide visqueux, la technique d'interféromètre laser a été choisie. Ce même dispositif a déjà été utilisée dans différents contextes [13] [48] [49] [50]. Dans le cadre de cette thèse, un nouveau système d'acquisition du signal a été mis en place permettant des mesures à des plus grands nombres de Reynolds et de Stokes que les précédentes études. Le choix de cette technique expérimentale a été motivé par l'excellente résolution spatiale qu'elle présente (de l'ordre de la centaine de nanomètre). Pour comparaison, celle des caméras rapides actuelles est généralement de l'ordre de la dizaine de microns.

Dans ce chapitre, nous détaillons le montage expérimental utilisé et le système de mesure. Nous mettons ensuite l'accent sur le nouveau système d'acquisition opto-électronique qui sera validé par les résultats obtenus pour une surface quasi-lisse. Enfin, la dernière partie sera consacrée aux surfaces texturées fabriquées en salle blanche, dont nous préciserons les paramètres géométriques.



## 2.1 Montage expérimental

### 2.1.1 L'interférométrie pour la mesure de petits déplacements

#### Principe de la mesure

Dans le cadre de cette thèse, nous souhaitons mesurer avec précision les petits déplacements d'une bille (cas de la sédimentation) près d'une paroi. Pour cela, le montage expérimental utilisé reprend le principe de l'interféromètre de Michelson. Son originalité est que la bille elle-même constitue le système réflecteur. Le déplacement de la bille modifie l'état d'interférence et le défilement des franges donne accès au déplacement de la bille en fonction du temps, avec une résolution de l'ordre de l'interfrange  $\lambda/2n$  où  $n$  est l'indice optique du liquide utilisé. La bille doit être capable de réfléchir la lumière et c'est pourquoi nous utilisons des matériaux appropriés (acier ou tungstène).

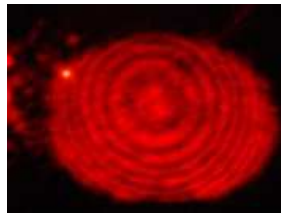


FIGURE 2.1 – Figure d'interférence obtenue avec une bille test

Le dispositif est résumé Figure 2.2. Il comprend 6 miroirs en tout (4 principaux). La source lumineuse est un laser Helium-Néon de longueur d'onde  $\lambda = 632.8$  nm et de puissance 10 mW. Ce faisceau est d'abord focalisé par la lentille L1 puis divisé en 2 par un cube séparateur. Un premier rayon vient se réfléchir sur le haut de la calotte sphérique de la bille en acier (par le biais des miroirs M1 et M2) tandis qu'un deuxième rayon vient se réfléchir contre un miroir M5, situé sous la cellule de mesure. Les 2 faisceaux optiques effectuent ensuite le même chemin en sens inverse jusqu'au cube séparateur et se superposent pour former des franges d'interférence. Cette figure est ensuite réfléchi par le miroir de renvoi M6 puis est focalisé par la lentille L2 pour atteindre le système de conversion opto-électronique (photodiode). Ce dernier est relié directement sur un oscilloscope qui enregistre le signal électrique.

#### Relation éclairement - position et vitesse - fréquence du signal

Dans cette sous partie, nous montrons comment l'éclairement est relié à la position de la sphère et comment calculer l'interfrange. Par souci de généralité, ces calculs seront faits dans le cas où il n'y a pas de miroir M5. Le schéma de la Figure 2.4 représente la position de la bille (diamètre  $d$ ) dans la cellule de hauteur  $H$  et les 2 faisceaux incidents.

Lorsque les rayons du dessus et du dessous de la cellule arrivent respectivement en position  $A_1$  et  $A_2$ , il existe une différence de marche constante  $\delta_0$  lié au positionnement initial du socle (qui n'est pas rigoureusement placé au milieu des miroirs M2 et M4). La différence de marche dans la

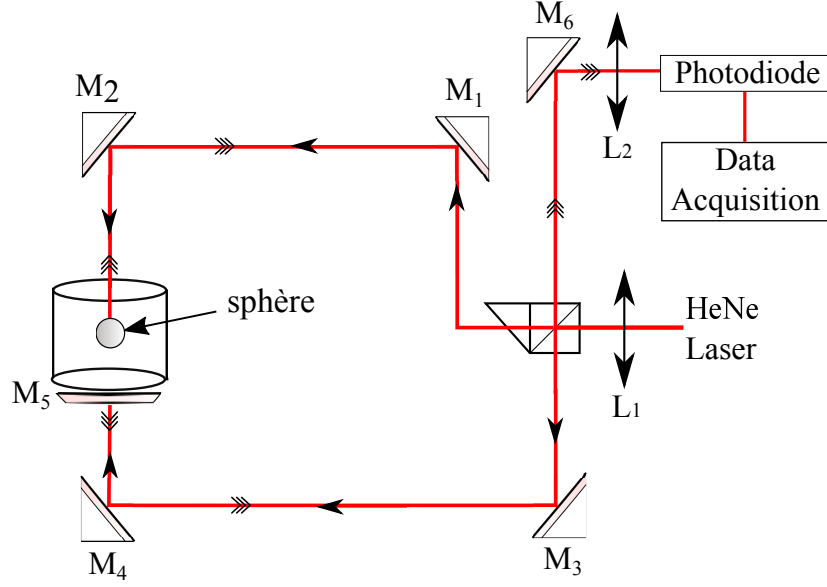


FIGURE 2.2 – Montage d'interférométrie laser pour la mesure des petits déplacements verticaux d'une bille

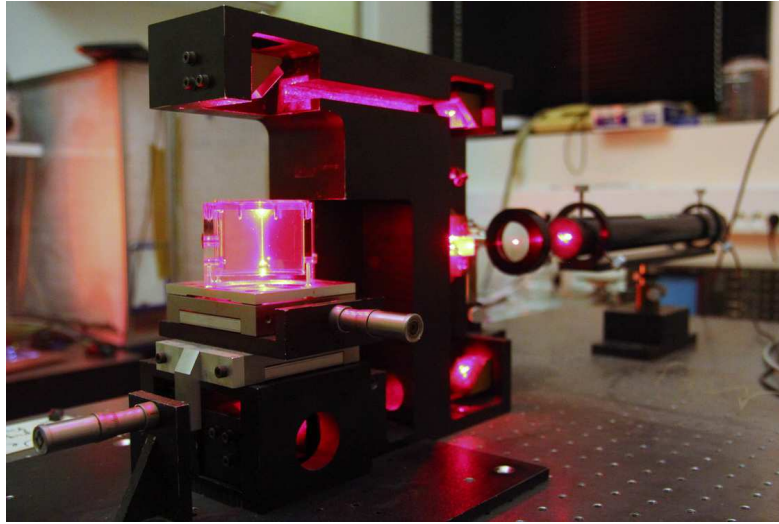


FIGURE 2.3 – Photographie du dispositif

cellule, varie en fonction de la position de la sphère  $z$  (prise au pôle sud) dans la cellule. Cette différence s'écrit :

$$\Delta = n(A_2S_2 - A_1S_1) = n(z - (H - 2a - z)) \quad (2.1)$$

avec  $n$ , l'indice du fluide,  $2a$  le diamètre de la sphère et  $H$  la hauteur de cellule. En tenant compte des chemins aller-retour, la différence de marche totale générée par l'interféromètre est :

$$\delta = 2(\delta_0 + \Delta) = 2[\delta_0 + n(2a - H)] + 4nz \quad (2.2)$$

Par ailleurs, l'intensité  $I$  à la sortie du cube séparateur s'écrit :

$$I = a^2(\cos(\omega t - \phi_1) + \cos(\omega t - \phi_2))^2 \quad (2.3)$$

avec  $\phi_1$  et  $\phi_2$  les phases d'ondes qui se recombinent. Notons  $\phi = \phi_1 - \phi_2 = 2\pi\delta/\lambda$ . En tenant compte du fait que le temps de réponse du détecteur est grand devant la période de vibration lumineuse, on moyenne l'équation (2.3) pour obtenir la formule générale des interférences à 2 ondes :

$$I = 2I_0(1 + \cos \phi) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \right) \quad (2.4)$$

En utilisant l'équation (2.2), nous trouvons une expression de l'intensité sous la forme :

$$I = A[1 + \cos(\alpha + \beta z)] \quad \text{avec} \quad A = 2I_0 \quad \alpha = \frac{4\pi}{\lambda}(\delta_0 + n(2a - H)) \quad \beta = \frac{8\pi n}{\lambda} \quad (2.5)$$

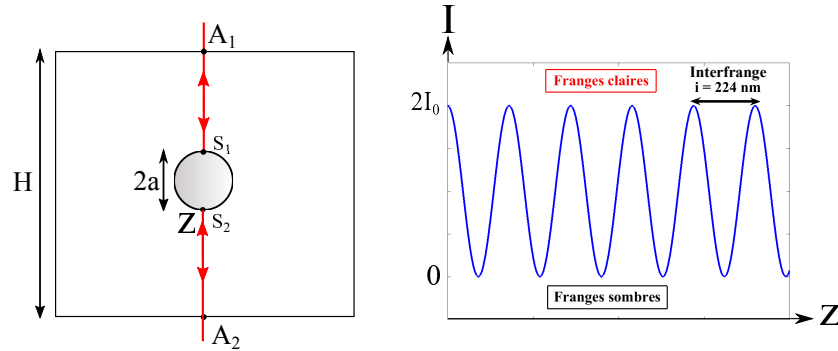


FIGURE 2.4 – Marche des rayons (sans miroir M5) et schéma de l'éclairement en fonction de la position de la sphère. L'interfrange correspond à la distance entre 2 franges claires d'intensité maximale

Ainsi, l'éclairement est fonction de la position  $z$  de la sphère et la période des oscillations est égale à  $\lambda/4n$ . Cette grandeur correspond à l'interfrange  $i$ , c'est-à-dire la distance entre 2 franges claires d'intensité maximale. Lorsque le miroir M5 est présent, ce qui est notre cas du fait de la présence d'un socle non-transparent, la différence de marche ne dépend plus de  $A_2S_2$  et on trouve que  $2\pi/\beta = \lambda/2n$ , i.e  $i = \lambda/2n$ . Pour un laser Helium Néon ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ) et une huile d'indice  $n = 1.404$ , l'interfrange vaut finalement  $i = 224 \text{ nm}$ .

Nous pouvons donc relier la vitesse de la particule et la fréquence de défilement des franges. Le passage d'une frange sombre à une frange claire (demi-interfrange) correspond à un déplacement de  $\Delta z = i/2 = 112 \text{ nm}$ . En notant  $\Delta t$  la durée nécessaire pour que cela se produise, la vitesse est :

$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2n} f \quad (2.6)$$

où  $f = 1/(2\Delta t)$  représente la fréquence du signal.

Pour des nombre de Reynolds très petits ( $\approx 10^{-5}$ ), les vitesses de chute maximales atteintes

sont de l'ordre du millimètre par seconde ce qui correspond à une fréquence du signal de l'ordre du kHz. Pour des nombres de Reynolds de l'ordre de l'unité, les vitesses de chutes typiques sont de l'ordre de la centaine de millimètre par seconde ce qui correspond à une fréquence du signal de l'ordre du MHz. De plus, lorsque la sphère est à l'arrêt, la fréquence est nulle. Le système d'acquisition électronique doit donc être en mesure de pouvoir enregistrer de telles gammes de fréquences.

### 2.1.2 Cellules de mesures, fluide et sphères

#### Les cellules de mesures

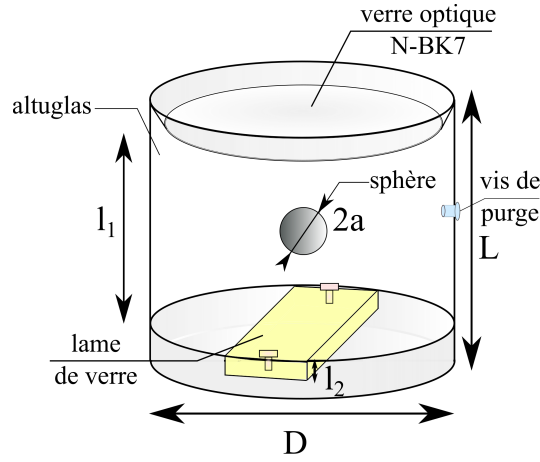


FIGURE 2.5 – cellule de mesure en altuglas et verre optique.

Les cellules de mesures sont constituées d'un cylindre en altuglas (verre acrylique) et d'un hublot en N-BKY7 de qualité optique. Nous utilisons deux cellules suivant le type d'expériences ( $Re \ll 1$  ou  $Re \simeq 1$ ). Leurs caractéristiques sont résumées tableau 2.1. Les 2 faces opposées sont parallèles à environ 5° d'angle. Un socle en téflon fixé par le dessous de la cellule a été rainuré pour permettre l'insertion d'une lame de microscope en verre (VWR), elle-même fixée par 2 vis. Une vis de purge se situe sur le cylindre en altuglas pour éviter une surpression lors de la fermeture de la cellule. La hauteur de fluide est notée  $l_1$  et la sphère parcourt une distance totale égale à  $(l_1 - 2a)$ .

	Cellule (1) $Re \ll 1$	Cellule (2) $Re \sim 1$
L hauteur totale (mm)	53	51
$l_1$ hauteur de fluide (mm)	37	40.8
$l_2$ épaisseur lame (mm)	1.2	1.2
D diamètre intérieur (mm)	49.7	50.9
2a (mm)	6.98 - 10.5 - 12.7	10.5 - 12.7 - 14 - 15 - 15.87

TABLE 2.1 – caractéristiques géométriques des cellules

## Fluides

Les fluides utilisés sont des huiles silicones (Bluesil FLD 47). Deux grades de viscosité ont été utilisés : un premier correspondant à une viscosité 100 000 fois supérieure à celle de l'eau (47V100000 i.e  $100 \text{ Pa.s}^{-1}$ ) et un deuxième correspondant à 1000 fois celle de l'eau (47V1000 i.e  $1 \text{ Pa.s}^{-1}$ ). En plus d'être incolores et transparentes, elles ont l'avantage d'absorber très faiblement le flux lumineux qui les traversent. La faible tension de surface ( $21.1 \text{ mN/m}$ ) permet l'imbibition totale des textures par le fluide. La loi de variation de viscosité entre  $-50$  degrés et  $250$  degrés fournie par le fabricant pour les huiles Bluesil FLD47 allant de 47V20 à 47V1000 est la suivante :

$$\nu = \nu^0 \exp \left[ B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T^0} \right) \right] \quad (2.7)$$

avec  $T^0 = 298 \text{ K}$ ,  $T$  la température du fluide en Kelvin,  $B = 1863 \text{ K}$ ,  $\nu^0$  la viscosité du fluide à  $25$  degrés et  $\nu$  la viscosité du fluide en  $\text{mm}^2.\text{s}^{-1}$ . Pour des viscosités supérieures, il faut se reporter à l'annexe 5.7 qui montre la courbe de viscosité pour des huiles 47V0.65 à 47V500000. La température de la salle sera relevée avant chaque manipulation. Enfin, les gradients de vitesse critique pour lesquels il y a un changement de comportement rhéologique sont données par le fabricant :  $2500 \text{ s}^{-1}$  pour une huile 47V1000 et  $30 \text{ s}^{-1}$  pour une de huile 47V100 000. Dans nos expériences, les gradients de vitesse se situent en dessous de ces valeurs et nous considérons le comportement de la Bluesil FLD 47 comme Newtonien.

## Sphères

Dans la majeure partie des expériences, les sphères utilisées sont des sphères en acier (SKF) habituellement utilisées pour des roulements à billes. L'acier a l'avantage d'être magnétique, ce qui permet de contrôler le lâché de la bille dans la cellule avec un aimant. De plus il a une bonne capacité à réfléchir un faisceau lumineux. Sa masse volumique est  $\rho_s = 7.8 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  et son module de Young est  $E_s = 200 \text{ GPa}$ . La rugosité donnée par le constructeur est  $R_a = 0.013 \text{ }\mu\text{m}$ . Les diamètres utilisés sont compris entre  $6.98 \text{ mm}$  et  $15.87 \text{ mm}$ . Plus le diamètre de la sphère est petit, plus le cône lumineux situé au dessus de la sphère est grand (lumière diffuse). En effet, pour une petite particule sphérique, la concavité joue un rôle important dans la réflexion d'un faisceau de taille millimétrique. L'intensité lumineuse reçue par la photodiode est ainsi plus importante lorsque nous utilisons des grandes sphères.

Des billes en carbure de tungstène ont également été utilisées pour tester l'influence de la densité sur la dynamique de rebond. Ce matériau réfléchit la lumière mais il est néanmoins faiblement magnétique (ce qui reste suffisant pour notre type d'aimant). Le module de Young est de  $E_s = 550 \text{ GPa}$  et sa densité est  $\rho_s = 15.6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^3$ . La rugosité donnée par le constructeur est  $R_a = 0.025 \text{ }\mu\text{m}$ . L'intérêt d'utiliser des sphères de cette densité est d'augmenter la valeur du nombre de Stokes tout en gardant une vitesse terminale proche d'une bille en acier pour un même diamètre. Dans notre étude, nous nous limitons au cas d'une sphère de diamètre  $8 \text{ mm}$  ( $St = 4.9$ ).

### 2.1.3 Conversion opto-électronique et acquisition

Le signal lumineux issu de l'interféromètre doit être converti en un signal électrique pour être visualisé sur un oscilloscope. Dans le montage original, cette conversion se faisait via un photomultiplicateur (PM) HAMAMATSU R1894 présentant une réponse optimale pour la longueur d'onde de 420 nm ainsi qu'un temps de réponse de l'ordre de 9 ns. Le principal inconvénient de ce PM réside dans son rapport signal/bruit élevé qui rend difficile la détection des franges. De plus, celui-ci permet une acquisition du signal avec une bande passante comprise entre 0.1 Hz et 20 kHz ce qui correspond à des vitesses comprises entre 0 et  $2.25 \text{ mm.s}^{-1}$ . Ce système d'acquisition est suffisant dans le cas où le fluide est très visqueux (huile de viscosité supérieure ou égale à 100 000 fois celle de l'eau). Le montage électronique a ensuite été amélioré grâce à l'utilisation d'un amplificateur électronique de bande passante 4.2 Hz-1.2 MHz. Un des objectifs de ce travail de thèse a été de mettre en place un nouveau système de conversion opto-électronique pour travailler à des vitesses plus élevées (de l'ordre de  $100 \text{ mm.s}^{-1}$ ).

#### Description et caractéristiques de la photodiode

De nombreux fabricants proposent des systèmes qui allient conversion opto-électronique et amplification de signaux électriques suivant la longueur d'onde utilisée (ici,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ) et le type de bande passante enregistré. Pour répondre à notre besoin, le choix s'est porté sur la photodiode Thorlabs DET 10/AM, dont les principales caractéristiques sont détaillées Figure 2.6. La bande passante  $f_{BW}$  et le temps de réponse  $t_r$  sont déterminés par les formules :

$$f_{BW} = \frac{1}{(2 \pi R_{load} C_j)} \quad (2.8)$$

$$t_r = \frac{0.35}{f_{BW}} \quad (2.9)$$

La capacité  $C_j$  étant imposée par le constructeur ( $C_j = 6 \text{ pF}$ ), il est intéressant de remarquer que nous avons une possibilité de jouer sur la bande passante en modifiant la valeur de la résistance  $R_{load}$ . Cette résistance, appelée résistance de charge, se place entre la photodiode et l'oscilloscope pour modifier l'impédance d'entrée de l'oscilloscope  $R_{osc}$ , égale à  $1 \text{ M}\Omega$ . En effet, les 2 résistances sont montées en parallèles et nous avons donc une résistance équivalente :

$$R_{eq} = \frac{R_{load} R_{osc}}{R_{load} + R_{osc}} \quad (2.10)$$

Comme  $R_{osc} \gg R_{load}$ , nous avons  $R_{eq} \approx R_{osc}$ .

D'après les données constructeur, la meilleure sensibilité de la DET 10/AM (et donc la plus large bande passante) est obtenue pour  $R_{load} = 50 \Omega$ , ce qui se traduit par une bande passante maximale  $f_{BW_{max}} = 530 \text{ MHz}$ . Sans résistance de charge, la BP est limité à 26 KHz ce qui ne représente pas une amélioration notable comparé au montage d'origine. En pratique,  $f_{BW_{max}}$  ne peut être atteint avec le matériel à disposition car l'intensité du faisceau lumineux (i.e la puissance d'origine du laser) nous oblige à faire un compromis entre bande passante et tension en sortie.

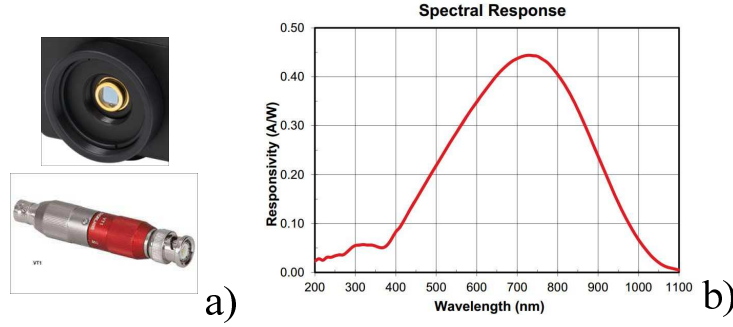


FIGURE 2.6 – a) photodiode DET 10/AM et résistance de terminaison variable b) réponse spectrale

La réponse spectrale de la photodiode est présentée Figure 2.6 et permet de déduire sa sensibilité à la lumière  $\eta$  (ou responsivité) suivant la longueur d'onde utilisée. La responsivité mesure le courant électrique de sortie en fonction de la puissance optique d'entrée. Le laser He-Ne, de longueur d'onde 632.8 nm a une responsivité  $\eta = 0.37 A.W^{-1}$  et la puissance optique du signal en sortie est  $P = 6 \mu W$ . L'intensité sera donc égale à  $i = \eta P = 2.22 \times 10^{-6} A$  et la tension  $U$  vaut  $U = R_{load} i = R_{load} \eta P$ .

Pour  $R_{load} = 50 \Omega$ ,  $U = 0.11 mV$  ce qui est trop faible pour voir un signal sur l'oscilloscope (limité à  $1 mV.div^{-1}$ ). Nous choisissons finalement une résistance de charge variable (Thorlabs VT1), et nous adaptons la valeur de  $R_{load}$  suivant chaque expérience. Le meilleur compromis est obtenu pour  $R_{load} = 50 k\Omega$ , ce qui correspond à une tension de sortie de l'ordre de 100 mV, une fréquence maximale d'acquisition de 530 kHz et un temps de réponse de 66  $\mu s$ .

### Acquisition du signal

La photodiode, couplée avec la résistance variable, est directement reliée à un oscilloscope (DPO 4032 de Tektronix). La fréquence d'échantillonnage est liée au performance de l'oscilloscope par la relation :

$$\frac{\text{Nombre de points d'acquisition}}{\text{durée d'acquisition}} = \text{fréquence d'échantillonnage} \quad (2.11)$$

Ainsi, plus la fréquence d'échantillonnage est grande, moins la durée d'acquisition est longue (l'oscilloscope adapte seul la répartition des échantillons). Le modèle DPO 4032 est capable d'enregistrer 10 millions de points ce qui en fait un outil très performant. Nous choisissons une vitesse de balayage de  $10 sec.div^{-1}$  ou  $4 sec.div^{-1}$  (selon le diamètre de la sphère) pour les expériences à petit nombre de Reynolds. Dans ce cas, les fréquences d'échantillonnages sont respectivement 100 et 250 kHz. Pour les expériences à nombre de Reynolds de l'ordre de l'unité, nous choisissons une vitesse de balayage de  $40 ms.div^{-1}$  pour laquelle la fréquence d'échantillonnage est de 25 MHz. Malheureusement le déclenchement de l'acquisition n'est pas synchronisé avec le lâché de bille : l'expérimentateur est donc contraint d'arrêter lui même l'acquisition dans le (très court) temps imparti.

### 2.1.4 Traitement du signal

Le signal enregistré à l'oscilloscope est ensuite traité par un programme MATLAB. Ce programme a pour but d'extraire la fréquence instantanée du signal pour en déduire la vitesse (instantanée et moyennée) de la bille. La détermination de cette fréquence est réalisée par la détection des maxima du signal (algorithme non détaillé ici). Du fait de l'imprécision de la localisation des maxima (due au bruit et au nombre de points par période) la fréquence est bruitée. Nous pouvons néanmoins lisser le signal en moyennant deux fois sur un certain nombre de points (75 par défaut). L'arrivée de la bille (collage) sur la paroi est détectée sur le signal par un ralentissement de la fréquence et l'arrêt des oscillations. Ce point d'arrêt est repéré comme  $h = 0$ , avec une erreur de l'ordre de quelques interfranges.

Une fois la fréquence instantanée déterminée, la vitesse  $v$  est calculée en utilisant l'équation (2.6). La période d'échantillonnage étant connue, nous en déduisons l'intervalle de temps  $\Delta t$  et le déplacement instantané défini par  $\Delta z = v \times \Delta t$ . En sommant l'ensemble des  $\Delta z$  à partir de  $h = 0$ , nous obtenons la distance parcourue par la bille.

## 2.2 Validation du système d'acquisition haute fréquence

### 2.2.1 Approche d'une surface lisse à $Re \ll 1$

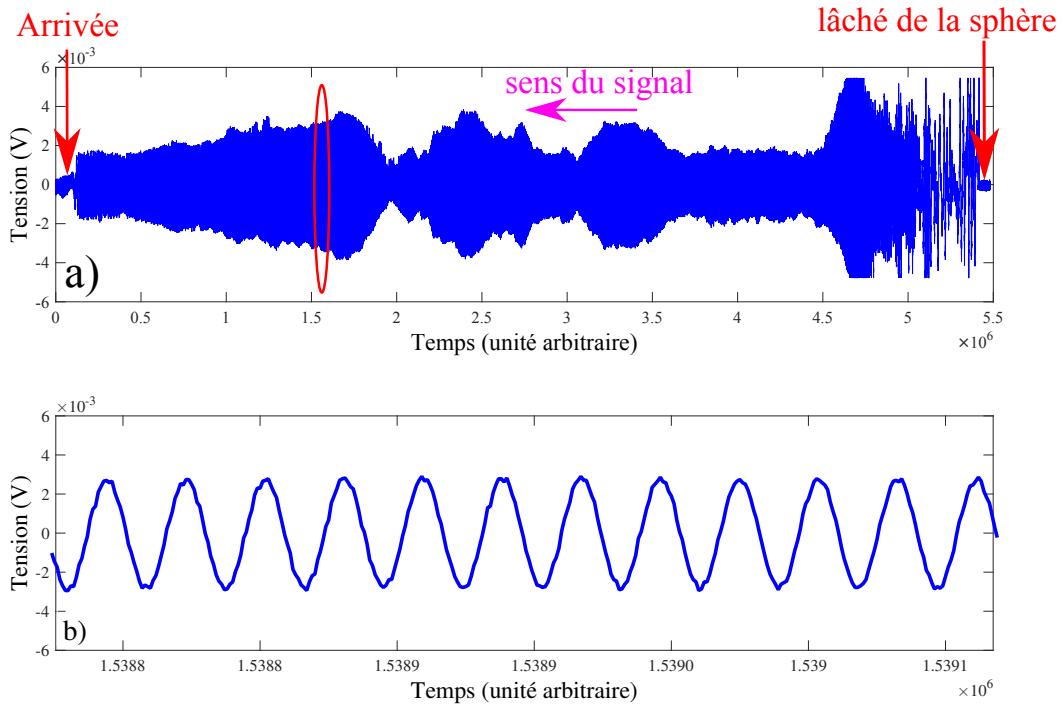


FIGURE 2.7 – Exemple de signal enregistré à l'oscilloscope pour une bille de diamètre  $2a = 6.98$  mm sédimentant dans de l'huile 47V100000 ( $Re \ll 1$ ). Le signal se lit de droite à gauche. a) Signal complet b) zoom des franges d'interférence au niveau du cercle rouge

Un premier exemple de signal obtenu pour un petit nombre de Reynolds (huile V100000)



est présenté Figure 2.7. La sphère en acier, de diamètre  $2a = 6.98$  mm, tombe vers une lame de verre quasi-lisse ( $Re \simeq 10^{-5}$ ). L'oscilloscope est réglé à  $10 \text{ s.div}^{-1}$  et  $1 \text{ mV.div}^{-1}$ . La fréquence d'échantillonnage est de 100 kHz. La figure 2.7a montre l'intégralité du signal qui se lit de droite à gauche. Le début du signal est légèrement bruité car les premières secondes ont servi à la focalisation du faisceau sur le dessus de la sphère. Ensuite, les franges défilent et atteignent un maximum en fréquence correspondant à la vitesse maximale de la sphère. Passé ce point, la fréquence diminue progressivement jusqu'à ce que la sphère s'immobilise à la paroi. La fin de son mouvement se caractérise par une ligne droite horizontale : l'intensité reçue par la photodiode est alors constante. La figure 2.7b est un zoom du signal après le milieu de la cellule. Les franges sont très bien caractérisées ce qui rend non ambiguë la détection des extrema. La période et l'amplitude des oscillations sont régulières, ce qui signifie que la vitesse de la sphère varie lentement sur l'intervalle choisi. Enfin, les très légères perturbations qui peuvent être visibles sont dues aux différentes sources de bruits qui sont généralement des vibrations externes ou la non-obscurité totale. Celles-ci n'affectent pas la qualité globale du signal.

L'algorithme de détection des maxima donne dans un premier temps les fréquences instantanées et moyennées en fonction du temps (Figure 2.8 a). On voit que la gamme de fréquence comprise entre 0 et 6 kHz a correctement été enregistrée par le système d'acquisition. Le pic de fréquence correspond à la vitesse maximale atteinte par la sphère en milieu de course. Les vitesses instantanées et moyennées en fonction de la distance parcourue sont montrées Figure 2.8b et c. La vitesse maximale atteinte au milieu de la cellule est de  $1.2 \text{ mm.s}^{-1}$  et la distance parcourue est de 30 mm, ce qui correspond bien à la distance  $(l_1 - 2a)$  parcourue par la sphère. Remarquons que la vitesse de Stokes attendue est  $V_{St} = 1.86 \text{ mm.s}^{-1}$ . Le confinement de la cellule est donc responsable d'un écart de 35% avec la vitesse en milieu infini. Nous remarquons une symétrie de la courbe, caractéristique des écoulements de Stokes. Cette symétrie confirme également la condition de quasi-stationnarité. Le mouvement est réversible et l'effet des parois frontales (et latérales) sur la dynamique de la sphère est le même en haut et en bas de la cellule.

### Validation du dispositif dans la zone de lubrification

Dans cette thèse, la région d'intérêt est la zone de lubrification qui se limite à des distances à la paroi  $h$  très petite devant le rayon de la sphère  $a$  ( $h \ll a$ ). La distance  $h$  est mesurée entre le point de contact et le bas de la sphère.

Le signal enregistré correspondant à l'arrivée d'une sphère ( $2a = 6.98$  mm) sur une surface lisse est montré Figure 2.9. La lente décélération se traduit par une diminution progressive de l'amplitude des oscillations et une augmentation de la période du signal. Le contact à la paroi ( $h = 0$ ) a lieu lorsqu'il n'y a plus d'oscillations visibles. Il est parfois difficile d'évaluer précisément ce point d'arrêt : l'erreur est ici de l'ordre de l'interfrange (i.e 224 nm).

Nous traçons la vitesse de la sphère adimensionnée par la vitesse de Stokes ( $V(h)/V_{St}$ ) en fonction de la distance normalisée  $\varepsilon = h/a$  (Figure 2.10). La vitesse de Stokes expérimentale  $V_{St}$  est obtenue de sorte que la pente soit égale à 1 dans la zone de lubrification ( $\varepsilon \leq 0.01$ ) conformément à la relation de Taylor (1.7). Notons que cette procédure permet de s'affranchir de la mesure de la viscosité du fluide. Au-delà de cette zone, jusqu'à  $\varepsilon = 0.25$ , la courbe peut être comparée à la

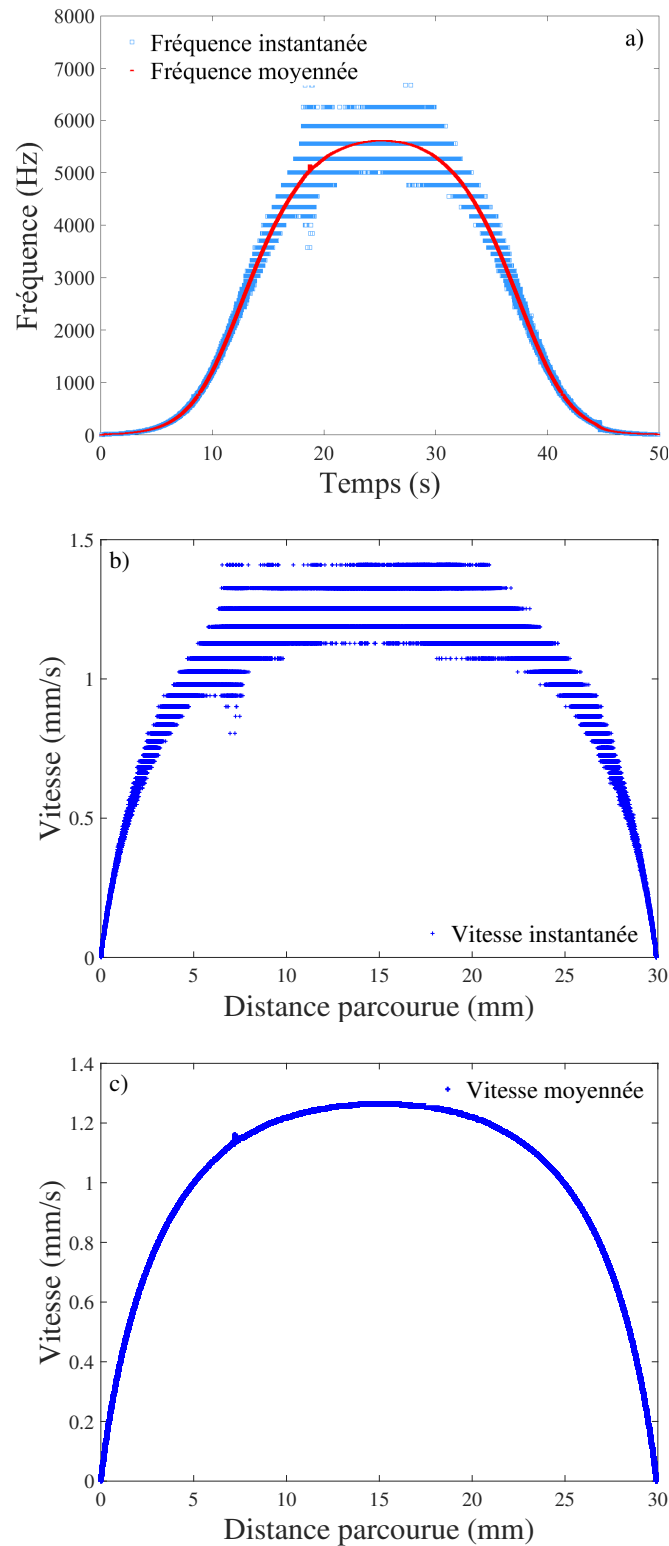


FIGURE 2.8 – Courbes caractéristiques huile V100000 -  $2a = 6.98$  mm. a) Fréquence en fonction du temps b) Vitesse instantanée en fonction de la distance parcourue c) Vitesse moyennée en fonction de la distance parcourue

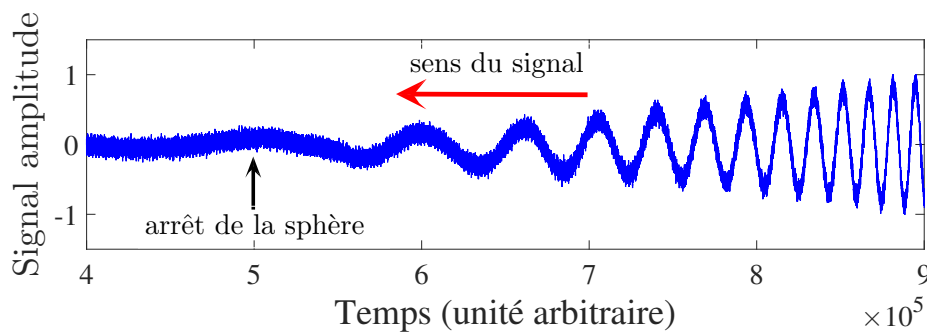


FIGURE 2.9 – Signal enregistré à l'oscilloscope pour l'arrivée d'une sphère ( $2a = 6.98$  mm) près d'une lame de verre à  $Re < 1$

solution théorique de Cox et Brenner (équation (1.5)).

Un résumé des vitesses de Stokes mesurées par cette méthode est présenté Tableau 2.2. L'écart avec la formule de Stokes (équation (3.17)) est au maximum de 2.2 % (avec une légère tendance à sous estimer cette vitesse).

Diamètre sphère $2a$	6.98 mm	10.5 mm	12.7 mm
$V_{St}$ théorique ( $\text{mm.s}^{-1}$ )	1.87	4.20	6.11
$V_{St}$ expérimentale ( $\text{mm.s}^{-1}$ )	1.83	4.11	6.10
écart relatif	2.2 %	2.15 %	0.16 %

TABLE 2.2 – Vitesse de Stokes pour  $2a = 6.98, 10.5$  et  $12.7$  mm

La Figure 2.10a montre la vitesse de la sphère depuis le milieu de la cellule jusqu'à la paroi. La vitesse est ici moyennée. La solution de Cox et Brenner (équation 1.5) est également tracée. Les points expérimentaux superposent la solution théorique jusqu'à  $\varepsilon = 0.1$ . Ensuite l'erreur relative est de 3.7 % à  $\varepsilon = 0.5$  et de 10.4 % à  $\varepsilon = 1$ .

Dans ce même graphe, un zoom de la région de lubrification ( $0 \leq \varepsilon \leq 0.01$ ) est inséré. Nous constatons que la loi linéaire de lubrification (équation (1.7)) est bien confirmée.

La région où  $0 \leq \varepsilon \leq 0.1$  est mise en évidence Figure 2.10b. Nous montrons ici la vitesse instantanée mesurée et la moyenne de cette vitesse. La résolution spatiale du dispositif est ici visible. Un zoom montre les 15 premiers points mesurés qui se placent sur une droite de pente 1 prévue par la loi de lubrification mais ne passant pas par l'origine. Ce décalage pour des distances très petites ( $\varepsilon \leq 0.001$ ) est dû à la présence de micro-rugosités sur la sphère ou sur la lame de verre. Nous pouvons estimer la taille de ces défauts de surface en extrapolant la droite sur l'axe des abscisses. On trouve un décalage de  $\varepsilon \simeq 0.1 \cdot 10^{-3}$  ce qui correspond à une rugosité de l'ordre de  $0.35 \mu\text{m}$ .

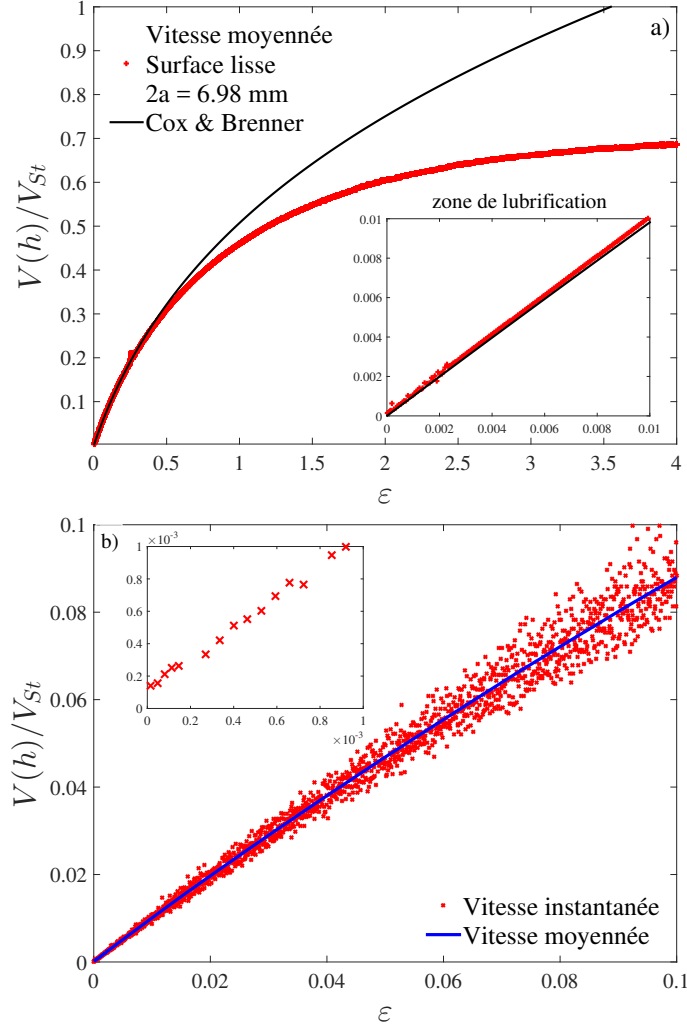


FIGURE 2.10 – Approche d’une paroi lisse à  $Re \ll 1$  (sphère  $2a = 6.98$  mm huile V100000) a) Vitesse moyennée adimensionnalisée en fonction de  $\varepsilon$  b) Vitesse instantanée adimensionnalisée en fonction de  $\varepsilon$  dans la zone de lubrification

## 2.2.2 Approche d’une surface lisse à $Re$ modéré

La Figure 2.11 montre un signal enregistré pour une bille de diamètre 12.7 mm s’approchant d’une surface quasi-lisse (lame de verre) dans de l’huile de viscosité V1000 ce qui correspond à un nombre de Reynolds de  $Re = 4.3$ . La vitesse de balayage est de  $40 \text{ ms.div}^{-1}$  et la fréquence d’échantillonnage est de 25 MHz. Le signal se lit de droite à gauche. Une zone d’étranglement des franges est visible à droite, ce qui signifie que la limite du système d’acquisition est atteinte. La fréquence des oscillations est trop élevée et le système sature. Cependant la photodiode DET 10 A/M enregistre parfaitement la phase d’arrivée de la sphère dans la région où elle est ralentie par la présence d’une paroi. Le ralentissement brusque de la bille se traduit par une dilatation des franges sur une échelle de temps courte.

Dans la région proche de la paroi, le défilement des franges est de bonne qualité : le bruit de fond est très faible et les extrema sont bien définis. Plus la bille s’approche du fond de la cellule,

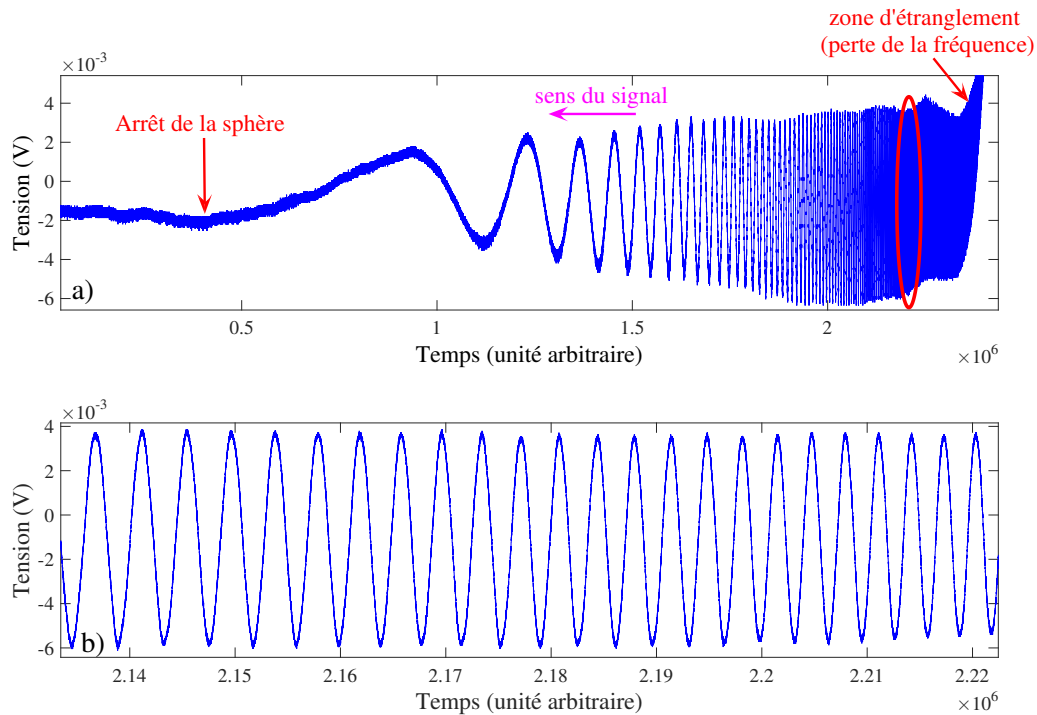


FIGURE 2.11 – Signal enregistré à l’oscilloscope pour une bille à l’approche d’une paroi lisse à  $Re = 4.3$  (diamètre  $2a = 12.7$  mm - huile V1000). Surface lisse. a) Signal complet b) zoom des franges d’interférence au niveau du cercle rouge

plus elle ralentit par la présence de la paroi : la fréquence d’oscillation décroît jusqu’à devenir nulle ce qui correspond à l’arrêt de la sphère.

La Figure 2.12a montre la fréquence instantanée et moyennée du signal en fonction du temps. Comme prévu, les fréquences sont bien enregistrées jusqu’à environ 500 kHz. Ensuite l’erreur sur la mesure devient importante et nous avons des pertes du signal caractérisés par des "sauts". Ces pertes sont aussi visibles lorsque la vitesse est tracée en fonction de la distance parcourue Figure 2.12b et c. La vitesse maximale de la sphère enregistrée est d’environ  $100 \text{ mm.s}^{-1}$  ce qui correspond à une distance de  $300 \mu\text{m}$  de la paroi.

### 2.2.3 Conclusion sur la technique de mesure

La technique de mesure a été améliorée de manière significative dans le cadre de cette thèse. Un nouveau système d’acquisition a été mis en place pour travailler à des nombres de Reynolds de l’ordre de l’unité. Ce système amplifie le signal avec peu de bruit : les franges d’interférences sont ainsi bien définies et on a une excellente qualité du signal enregistré pour des fréquences allant jusqu’à 500 kHz (correspondant à des vitesses aux alentours de  $100 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Au-delà, la limite du système d’acquisition est dépassée et la détection d’extrema devient impossible. Une possible solution à ce problème serait de travailler avec un laser significativement plus puissant ( $P > 50 \text{ mW}$ ) et donc une tension en sortie plus grande, sans doute suffisante pour pouvoir être captée par la photodiode et l’oscilloscope. La résistance de charge serait diminuée ce qui augmenterait la

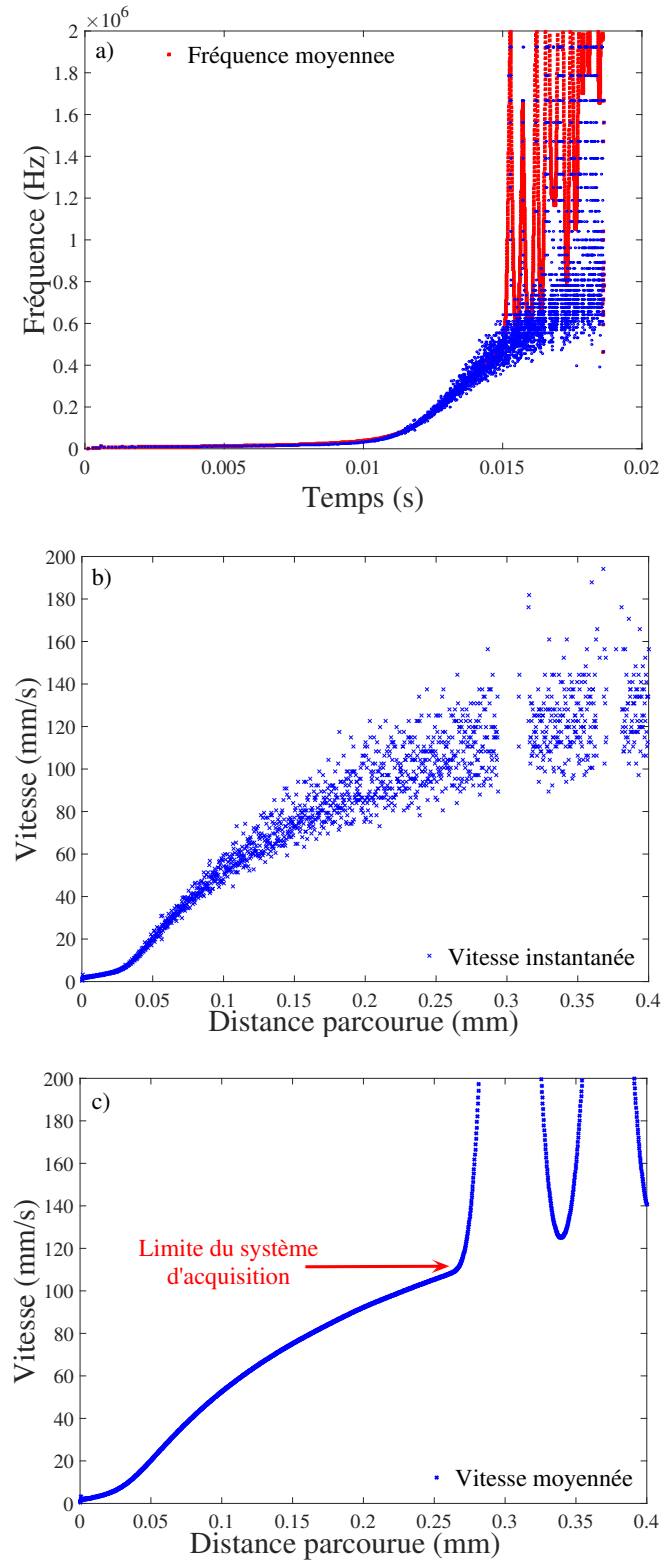


FIGURE 2.12 – Approche d’une paroi à  $Re = 4.3$  ( $2a = 12.7$  mm - huile V1000). a) Fréquence en fonction du temps b) Vitesse instantanée en fonction de la distance parcourue c) Vitesse moyennée en fonction de la distance parcourue

bande passante. Par exemple, en considérant un laser de puissance 10 fois supérieure (100 mW) à celui utilisé, la résistance de charge peut être abaissée à  $5\text{ k}\Omega$ . La fréquence maximale d'acquisition associée est  $f_{max} \simeq 5\text{ MHz}$ , ce qui permettrait des mesures de vitesses allant jusqu'à  $1.2\text{ m.s}^{-1}$ .

## 2.3 Surfaces micro-texturées oléophiles

Nous avons réalisé des surfaces texturées en salle blanche par des techniques de micro-fabrication. Ces dernières ont la propriété d'être oléophiles ce qui permet l'imprégnation totale des textures par l'huile.

### 2.3.1 Micro-fabrication

La micro-fabrication est l'ensemble des procédés permettant la fabrication de petites structures généralement de l'ordre du microns. Nous ne détaillerons pas ici le protocole de fabrication des surfaces qui est mis en annexe 5.7. Néanmoins il est utile de donner les grandes lignes et de justifier le support final choisi.

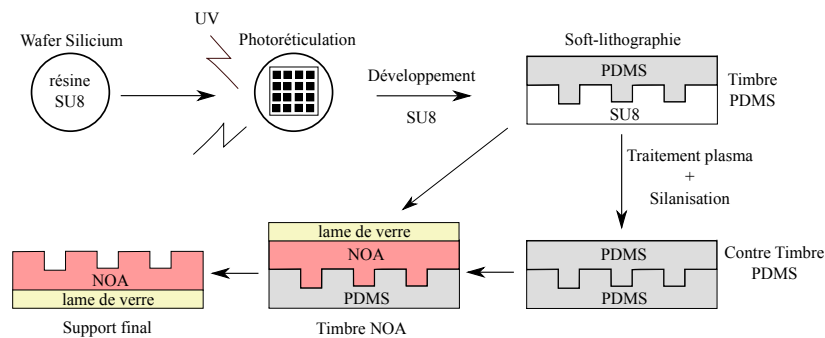


FIGURE 2.13 – Résumé des étapes de micro-fabrication

Le procédé utilisé pour la fabrication est la photolithographie. Il correspond à l'ensemble des opérations permettant de transférer une image vers un substrat. Cette technologie est basée sur la capacité des résines photo-sensibles à réticuler lors d'expositions aux rayonnements (ultraviolets dans la majeure partie des cas). Pour la fabrication de surfaces texturées, c'est une étape essentielle pour l'obtention d'un premier moule car ce dernier constitue le point de départ de tous les autres procédés exploités par la suite. Le motif de départ (la géométrie choisie) est imprimé en noir et blanc sur papier transparent ce qui constitue un "masque". Le substrat est une plaque de silicium (wafer) sur lequel on y dépose une résine photoréticulable (SU8 MicroChem) qui est soumise à un "spin-coating" pour obtenir l'épaisseur voulue. Le wafer est ensuite exposé aux rayons UV à travers le masque : les zones noires restent molles et les zones transparentes réticulent. La matière non réticulée est enlevée durant la phase de développement dans un solvant adapté.

Malgré le nombre important d'étapes, le support obtenu par photolithographie est généralement très propre. Sa qualité dépend de plusieurs paramètres (temps d'exposition aux UV, temps

de préchauffage etc.) mais le plus déterminant est la résolution d'impression du masque (48000 dpi dans notre cas).

La principale limite de fabrication est le rapport d'aspect entre la largeur des structures et leurs hauteurs. Dans le cas de micro-piliers par exemple, le rapport d'aspect maximal atteint est d'environ 4. Au-delà, la résine n'adhère plus sur le wafer et les piliers cassent dans la phase de développement. Ainsi, les hauteurs de structures fabriquées sont comprises entre 10 et 150  $\mu m$ .

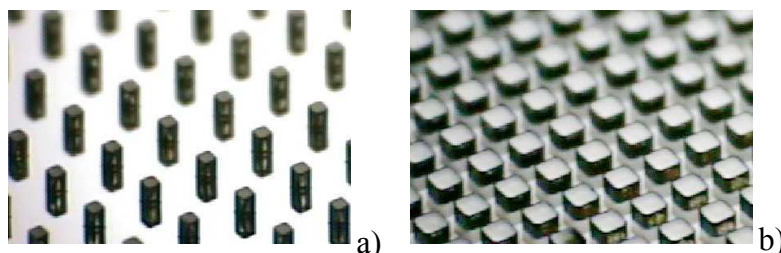


FIGURE 2.14 – Exemples de textures avec des piliers carrés : a) en résine SU8 sur un wafer en silicium b) en colle epoxy NOA sur lame de verre

En principe nous pourrions nous arrêter à cette étape mais plusieurs arguments justifient notre choix d'aller plus loin :

- le wafer en silicone est fragile et sa géométrie n'est pas adapté à nos cellules de mesure.
- il n'est utilisable qu'une fois. Sa reproduction demande à refaire toutes les étapes de photolithographie
- les micro-structures en résine SU8 sont fragiles

Il a été convenu qu'une lame de verre de microscope serait le support idéal car il est solide (supérieure à 1 mm d'épaisseur) et on peut le fixer facilement au fond de la cellule de mesure. Le matériau utilisé sur cette plaque doit être également résistant, adhésif au verre et oléophile.

La colle photoréticulable NOA 81 (Norland Optical Optics) répond à tous ces critères et a donc été choisie. Son module d'Young après réticulation maximale (blindage) est  $E_p \simeq 1.4 \text{ GPa}$  et sa résistance en pression est aux alentours de 14 bars. Cette résine nécessite néanmoins un moule adapté qui n'adhère pas à la colle après exposition aux UV : il est donc impossible d'utiliser le wafer silicium d'origine. Ce problème a finalement été résolu en utilisant un matériau élastomère classique qui est le polydiméthylsiloxane (PDMS) [51]. Le point fondamental est qu'à l'interface entre le PDMS et la colle NOA, la photoréticulation par rayon UV est inhibée par la présence d'oxygène diffus dans la matrice poreuse de PDMS. Il est donc utilisable comme moule pour la NOA. Le principal avantage est qu'à partir d'un wafer, il est possible de reproduire autant de moules en PDMS que nécessaire. Cela évite donc de reprendre toutes les étapes de photolithographie en cas de problème. Ces techniques de reproduction de motifs par un élastomère sont plus communément appelée "lithographie douce" [52] et constituent une solution simple et peu coûteuse pour la duplication de motifs.



### 2.3.2 Géométrie des surfaces texturées

Dans le cadre de cette thèse, nous avons choisi de fabriquer des textures comportant des réseaux carrés de micro-piliers à base carrée ou cylindrique. Les Figures 2.15 et 2.16 montrent la qualité de fabrication et les différents paramètres qui ont été mesurés par profilomètre optique (VEECO) ou mécanique (Dektak32).

#### Piliers carrés

En notant  $2b$  la largeur d'un pilier et  $L$  la période du réseau, la fraction surfacique de solide est définie par  $\Phi = (2b/L)^2$ . Un récapitulatif des différentes dimensions utilisées est présenté dans le Tableau 2.3.

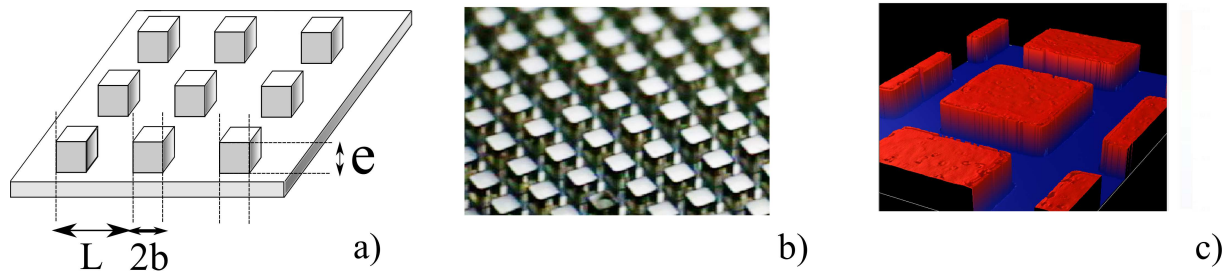


FIGURE 2.15 – Textures comportant des piliers carrés : a) schéma des paramètres b) Photos prise par profilomètre mécanique. Surface en NOA ( $L = 179 \mu\text{m}$ ,  $2b = 100 \mu\text{m}$  et  $e = 121 \mu\text{m}$ ) c) Profil 3D par profilomètre optique ( $L = 142 \mu\text{m}$ ,  $2b = 96 \mu\text{m}$  et  $e = 20 \mu\text{m}$ )

$\Phi = 5 \%$				$\Phi = 15 \%$				$\Phi = 30 \%$				$\Phi = 45 \%$			
e	2b	L	$\phi$	e	2b	L	$\phi$	e	2b	L	$\phi$	e	2b	L	$\phi$
9	56	240	0.05	9	49	141	0.12	9	96	176	0.30	9	96	142	0.46
21	56	240	0.05	20	49	141	0.12	20.5	96	176	0.30	20	96	142	0.46
57	56	240	0.05	60	57	145	0.15	57	102	177	0.33	60	95	148	0.41
89	56	240	0.05	91	60	140	0.18	85	106	179	0.35	92	100	150	0.44
130	56	240	0.05	117	55	148	0.14	121	100	179	0.31				

TABLE 2.3 – Paramètres géométriques des textures avec des piliers carrés (valeurs en  $\mu\text{m}$ )

#### Piliers cylindriques

Le diamètre des piliers cylindriques est noté  $2b$  par souci de commodité ( $b$  correspond donc au rayon d'un pilier). La fraction surfacique de solide est alors définie par  $\Phi = \pi (b/L)^2$ . Un tableau récapitulatif des surfaces est présenté dans le Tableau 2.4.

#### Conclusion sur les surfaces texturées

Des surfaces texturées ont été fabriquées par des techniques modernes de micro-fabrication. Ces techniques permettent de produire des motifs dont les formes et dimensions sont bien contrôlées et ceci de façon répétable. Enfin, nous rappelons que la rugosité des sphères utilisées (acier

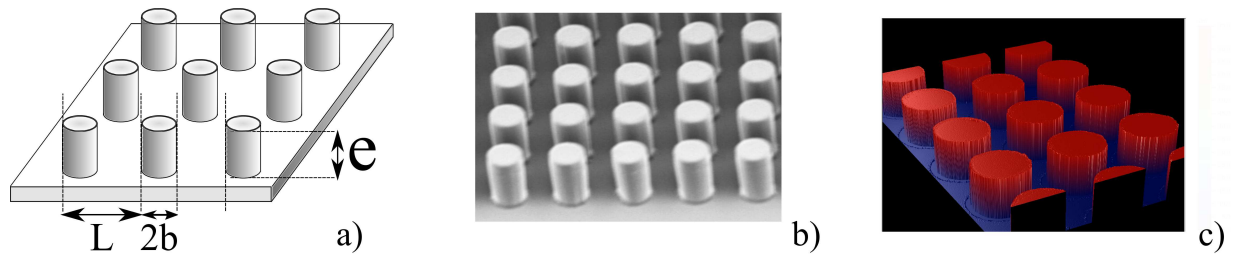


FIGURE 2.16 – Textures comportant des piliers cylindriques : a) schéma des paramètres b) Photos prise par MEB. Surface en NOA ( $L = 88 \mu\text{m}$ ,  $2b = 48 \mu\text{m}$  et  $e = 92 \mu\text{m}$ ) c) Profil 3D par profilomètre optique ( $L = 80 \mu\text{m}$ ,  $2b = 52 \mu\text{m}$  et  $e = 77 \mu\text{m}$ )

$\Phi = 10 \%$				$\Phi = 20 \%$				$\Phi = 30 \%$			
e	2b	L	$\phi$	e	2b	L	$\phi$	e	2b	L	$\phi$
20	42	110	0.11	18.5	50	95.5	0.21	21	50	80	0.31
50	40	112	0.10	33.5	50	96	0.22	36	50	80	0.31
82	40.5	111	0.10	51.5	50	96	0.22	40.5	50	80	0.31
117	44.6	111	0.13	85	51	96	0.22	48	50	80	0.31
				115	51	96	0.22	56	49	81	0.29
								77.5	52	80	0.33

TABLE 2.4 – Paramètres géométriques des textures avec des piliers cylindriques (valeurs en  $\mu\text{m}$ )

et carbure de tungstène) est de l'ordre de  $R_a \simeq 0.01 \mu\text{m}$ . Elle est donc négligeable devant les dimensions caractéristiques des textures.



## Chapitre 3

# Approche de surfaces texturées à petit nombre de Reynolds

### Contents

---

<b>3.1</b>	<b>Caractérisation expérimentale de la dynamique près d'un réseau de micro-piliers . . . . .</b>	<b>56</b>
3.1.1	Courbes typiques . . . . .	56
3.1.2	Effet de la géométrie du réseau de micro-piliers . . . . .	58
3.1.3	Approximation de la force de traînée dans la région (ii) . . . . .	61
3.1.4	Conclusion . . . . .	63
<b>3.2</b>	<b>Modélisation de la région "champ lointain" (i) : <math>h \gg L</math> . . . . .</b>	<b>63</b>
3.2.1	Mesure de $s_{eff}$ . . . . .	63
3.2.2	Prédiction théorique de $s_{eff}$ . . . . .	66
3.2.3	Conclusion . . . . .	68
<b>3.3</b>	<b>Modélisation des régions "proche paroi" (ii) et (iii) : <math>h \ll L</math> . . . . .</b>	<b>69</b>
3.3.1	Région (ii) : $b \ll h \ll L$ . . . . .	69
3.3.2	Modélisation de la région (iii) : $h \leq b$ . . . . .	72
3.3.3	Modèle complet pour $h \ll L$ . . . . .	73
3.3.4	Conclusion . . . . .	79
<b>3.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>80</b>

---

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la dynamique d'une sphère s'approchant d'un réseau de micro-piliers dans un fluide visqueux. Les forces visqueuses sont prépondérantes devant les forces d'inerties ( $Re \ll 1$ ) et nous faisons varier les paramètres géométriques du réseau de micro-piliers pour étudier leur influence sur la dynamique. La dynamique obtenue est discutée en fonction de l'échelle d'observation. Des modèles sont proposés pour décrire la dynamique de la sphère dans chaque région. L'objectif est d'obtenir des prévisions en fonction de la géométrie des textures.

### 3.1 Caractérisation expérimentale de la dynamique près d'un réseau de micro-piliers

#### 3.1.1 Courbes typiques

Lorsque la sphère s'approche d'un réseau de micro-piliers, le signal enregistré à l'oscilloscope présente une différence remarquable avec celui enregistré près d'une surface lisse : la fréquence des oscillations diminue d'abord progressivement, puis le défilement des franges cesse brusquement (Figure 3.1). Le point d'arrêt est pris au sommet de la dernière oscillation, correspondant au contact avec le sommet de quelques piliers. La distance parcourue  $h$  est recalculée à partir de ce point. Elle est donc une mesure de la distance entre la sphère et le haut des piliers.

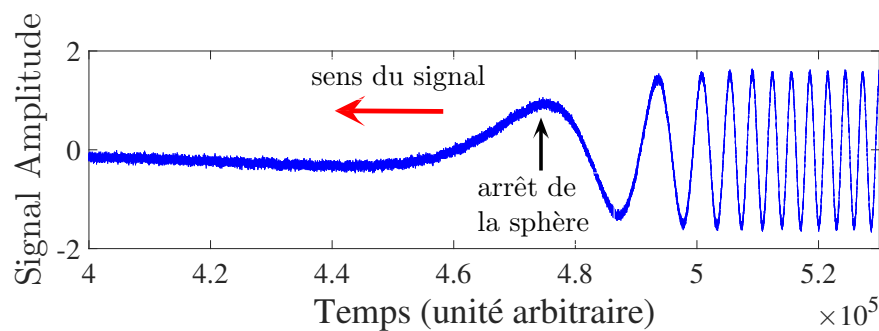


FIGURE 3.1 – Signal enregistré à l'oscilloscope pour l'arrivée d'une sphère sur une surface texturée (piliers cylindriques  $\phi = 0.1$ ,  $e = 50 \mu m$ )

Une courbe typique de vitesse obtenue lorsqu'une sphère s'approche d'un réseau de piliers est présentée sur la Figure 3.2. Ici, il s'agit de piliers cylindriques de fraction surfacique  $\Phi = 10\%$  et de hauteur  $e = 20 \mu m$ . L'effet des textures est clairement d'augmenter la vitesse de la sphère. Cependant, cet effet doit être décrit plus précisément en distinguant trois régions, qui dépendent de l'échelle d'observation.

- Loin de la paroi, pour des distances  $\varepsilon \gg 0.2$ , l'effet des textures est négligeable et la courbe obtenue rejoint la courbe de référence obtenue près d'une surface lisse. L'ajustement nécessaire pour qu'il y ait superposition des deux courbes dans cette région permet d'obtenir la vitesse de Stokes pour la courbe près des textures. Nous avons vérifié que l'effet du confinement par les parois latérales est négligeable pour des distances  $\varepsilon < 0.3$ . La principale source d'erreur dans ce protocole provient des variations de température du fluide qui varie d'une expérience à l'autre mais ces variations restent faibles pour cette huile très visqueuse. La loi de viscosité donnée par le constructeur estime une variation de viscosité de 100 000 à 106 000  $mm^2.s^{-1}$  pour des températures respectives de 25 et 22°C.
- Dans la région "champ lointain" ( $i$ ), où la distance est grande comparée à la périodicité  $L$  du réseau de piliers,  $L/a \leq \varepsilon \leq 0.2$ , la vitesse de la sphère est modifiée par la présence de textures et s'écarte de la courbe de référence. Ici,  $L/a = 0.027$ . Pour une distance  $\varepsilon$  fixée,

la vitesse obtenue est plus grande dans le cas d'une paroi texturée que pour une surface lisse.

- La région "très proche paroi", se situant à des distances inférieures à la périodicité  $L$  du réseau de piliers,  $\varepsilon \leq L/a$ , est marquée d'abord par une accentuation de l'effet des textures, dans une région (ii) où l'augmentation de vitesse est parfois plus prononcée, avec une forme de courbe (notamment une forme non linéaire) qui dépend fortement de la géométrie du réseau de piliers. Juste avant le contact de la sphère sur le haut des piliers (région (iii)) la vitesse décroît brutalement sur une distance égale à quelques interfranges, pour s'annuler au contact. Ceci se produit lorsque la distance devient inférieure au rayon d'un pilier, c'est à dire  $\varepsilon \leq b/a$ .

Ces tendances générales sont observées qualitativement pour tous les réseaux de micro-piliers testés dans ce travail. Dans la suite, l'effet quantitatif de la géométrie du réseau de pilier est présenté en détail.

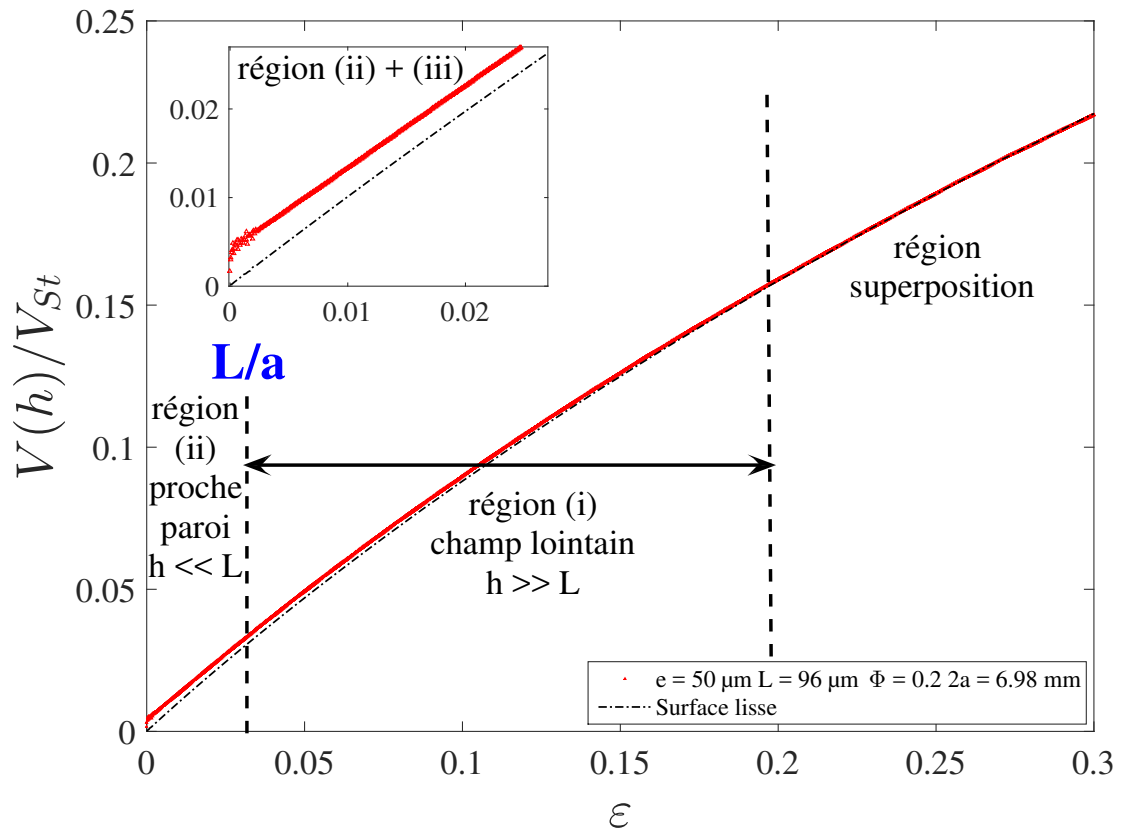


FIGURE 3.2 – Vitesse normalisée  $V(h)/V_{St}$  en fonction de  $\varepsilon = h/a$  d'une sphère (rayon  $2a = 6.98$  mm) s'approchant ( $\Delta$ ) d'un réseau de piliers cylindriques ( $\Phi = 20 \%$ ,  $e = 50 \mu\text{m}$ ), (—) d'une surface lisse .

### 3.1.2 Effet de la géométrie du réseau de micro-piliers

Les textures comportant des réseaux de micro-piliers à base carrée ou cylindrique, dont les caractéristiques ont été présentées au Chapitre 2 (Tableaux 2.15 et 2.16), ont été testées. Les principaux résultats sont présentés sous la forme de courbes de vitesse normalisée par la vitesse de Stokes,  $V(h)/V_{St}$ , en fonction de la distance au sommet des piliers normalisée par le rayon de la sphère,  $\varepsilon = h/a$ . Chaque figure précise la fraction surfacique  $\Phi$  et la hauteur  $e$  des piliers, ainsi que le diamètre de la sphère  $2a$ . La courbe de référence pour une surface lisse est également montrée pour comparaison. Pour plus de clarté, dans les courbes présentées l'échelle d'observation a été limitée à la région (ii), où l'effet des textures est le plus visible.

#### Micro-piliers à base carrée

Les résultats concernant les réseaux de piliers à base carrée sont présentés Figure 3.3(a-f).

Dans un premier temps, on compare la mobilité de sphères de diamètre différent ( $2a = 6.98, 10.5$  et  $12.7$  mm) près d'une texture donnée. Des exemples sont donnés sur la Figure 3.3a pour un réseau de piliers où  $\Phi = 0.05$  et  $e = 21 \mu m$ , et sur la Figure 3.3b où  $\Phi = 0.05$  et  $e = 130 \mu m$ . Dans le cas d'une surface lisse, les courbes obtenues pour des sphères de diamètre différent se superposent dans cette représentation normalisée. Ici, trois courbes distinctes sont obtenues, ce qui montre que le rayon de la sphère n'est pas la seule longueur caractéristique du problème. D'autres longueurs sont introduites par les textures. Par ailleurs, le plus petit diamètre donne lieu à la plus grande vitesse pour un  $\varepsilon$  donné. Cet effet est d'autant plus marqué que la hauteur des piliers est grande. L'allure des 3 courbes dans cette région est la même. En particulier, pour une petite hauteur de piliers ( $21 \mu m$ ), la pente des courbes est très proche de la valeur 1, caractéristique d'une surface lisse dans la région de lubrification. Par contre, pour la plus grande hauteur de piliers ( $130 \mu m$ ) les pentes s'écartent de la valeur 1.

Dans un deuxième temps, la fraction surfacique de piliers a été variée ( $\Phi = 0.05, 0.15, 0.3, 0.45$ ) à hauteur de piliers  $e$  fixée, et pour un diamètre de sphère donné ( $2a = 6.98$  mm). Les résultats sont montrés pour  $e = 20 \mu m$  (Figure 3.3c) et  $e = 90 \mu m$  (Figure 3.3d). Une augmentation significative de la vitesse est visible lorsque la fraction surfacique de piliers diminue de 0.45 à 0.05. Cependant, dans le cas limite  $\Phi \rightarrow 1$ , on s'attend à retrouver le cas de la surface lisse uniquement loin de la paroi car dans la région (iii), le décalage dû à la hauteur des piliers existe toujours : sur la Figure 3.3d, contrairement au cas où  $\Phi = 0.05$ , la courbe  $\Phi = 0.45$  rejoint très vite la courbe de référence avec une pente inférieure à 1. Dans l'autre cas limite  $\Phi \rightarrow 0$ , tout se passe comme si la sphère s'approchait d'une surface lisse située à une distance  $(h + e)$ , mais elle doit s'arrêter de manière soudaine à cause de la présence de quelques piliers.

Enfin, l'effet de la hauteur des piliers  $e$  pour une fraction surfacique  $\Phi$  fixée et un diamètre de sphère donné ( $2a = 6.98$  mm) a été examiné. La mobilité de la sphère augmente avec la hauteur des piliers, et cela est d'autant plus significatif que la fraction de piliers est faible (Figure 3.3e). Cependant, à partir d'une certaine hauteur, l'augmentation de vitesse sature (Figure 3.3f), en particulier pour des grandes fractions surfaciques ( $\Phi = 0.45$ ). En effet, les courbes pour  $e =$

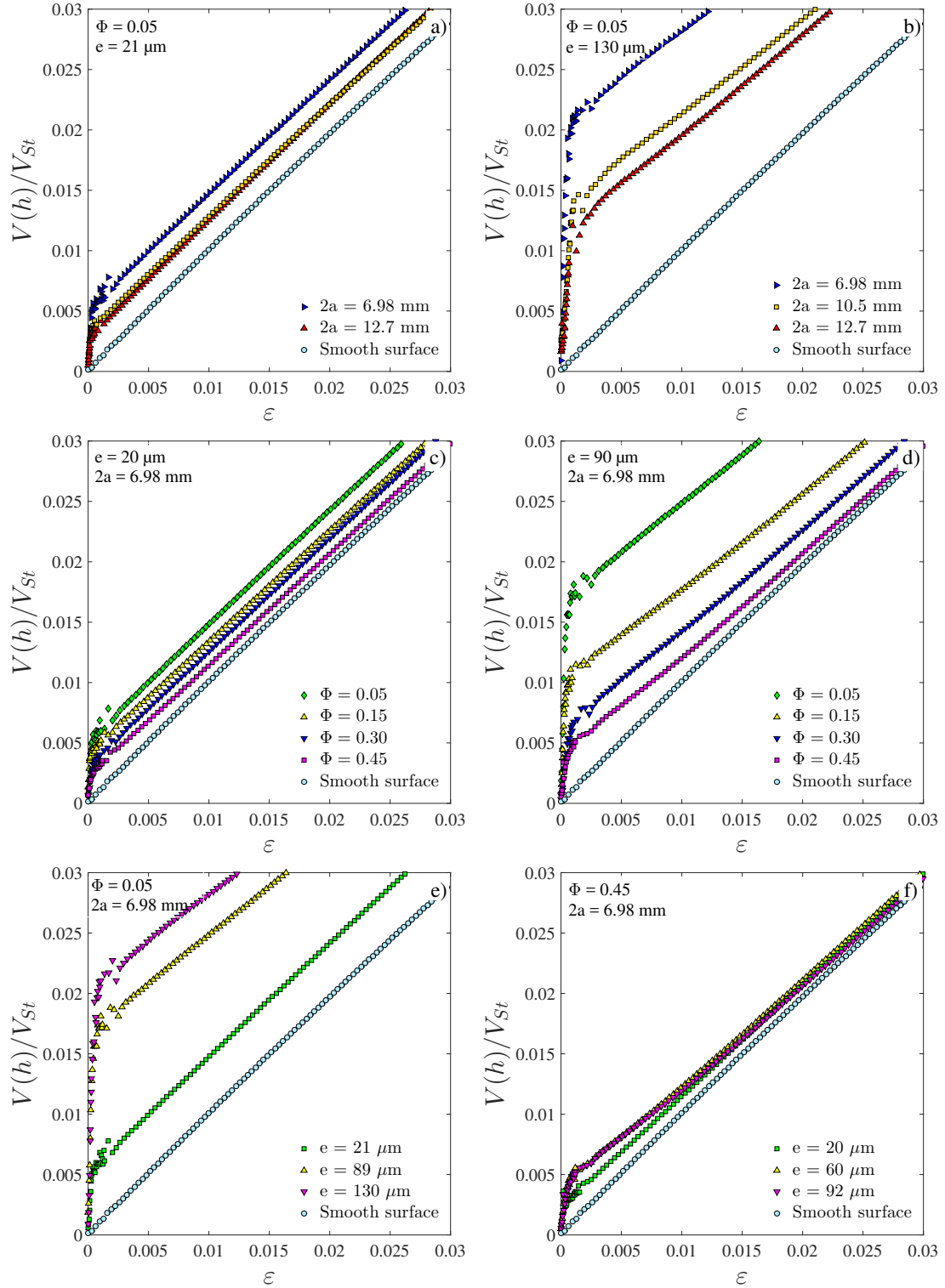


FIGURE 3.3 – Réseau de piliers carrés. Mobilité de la sphère  $V(h)/V_{St}$  en fonction de sa distance parcourue adimensionnée  $\varepsilon$ . Figures **a** et **b** : effet du diamètre à  $\Phi = 0.05$  pour  $e = 21 \mu m$  et  $e = 130 \mu m$ . Figures **c** et **d** : effet de la concentration à diamètre fixé ( $2a = 6.98 mm$ ) pour  $e = 20 \mu m$  et  $e = 90 \mu m$ . Figures **e** et **f** : effet de la hauteur à diamètre fixé ( $2a = 6.98 mm$ ) pour  $\Phi = 0.05$  et  $\Phi = 0.45$



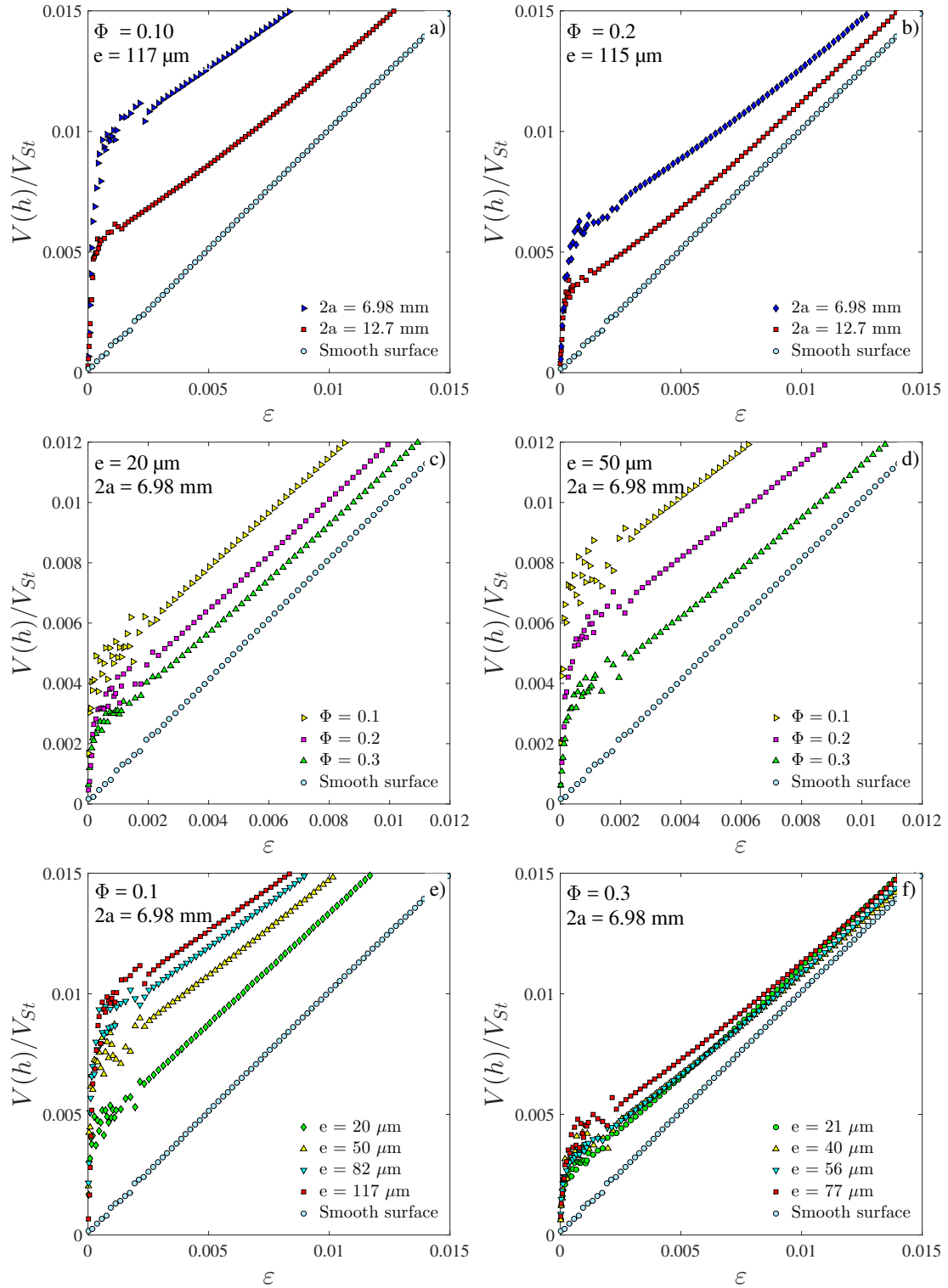


FIGURE 3.4 – Réseau de piliers cylindriques. Mobilité de la sphère  $V(h)/V_{St}$  en fonction de sa distance parcourue adimensionnée  $\varepsilon$ . Figures **a** et **b** : effet du diamètre à  $\Phi = 0.1$   $e = 117 \mu\text{m}$  et  $\Phi = 0.2$   $e = 115 \mu\text{m}$ . Figures **c** et **d** : effet de la concentration à diamètre fixé ( $2a = 6.98 \text{ mm}$ ) pour  $e = 20 \mu\text{m}$  et  $e = 50 \mu\text{m}$ . Figures **e** et **f** : effet de la hauteur à diamètre fixé ( $2a = 6.98 \text{ mm}$ ) pour  $\Phi = 0.1$  et  $\Phi = 0.3$

$60 \mu m$  et  $e = 92 \mu m$  sont très proches dans la région (iii). Cette hauteur limite dépend donc de la concentration de pilier : elle est atteinte plus tôt lorsque la fraction surfacique de piliers est grande. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que seule une partie du fluide est drainée à travers le réseau de piliers, une autre partie restant immobilisée au pied des piliers (zones de recirculations).

### Micro-piliers à base cylindrique

Une série d'expériences similaires a été effectuée pour des réseaux de micro-piliers cylindriques (Figure 3.4). Trois fractions surfaciques de piliers ont été testées ( $\Phi = 10, 20$  et  $30 \%$ ) pour plusieurs hauteurs de piliers ( $0 \leq e \leq 117 \mu m$ ). Deux diamètres de sphère ont été utilisés ( $2a = 6.98$  et  $12.7 mm$ ). Les résultats sont présentés Figure 3.4. De manière générale, les conclusions sur l'effet des différents paramètres sont les mêmes que pour des piliers carrés.

#### 3.1.3 Approximation de la force de traînée dans la région (ii)

Le but de cette sous-partie est d'utiliser ces résultats expérimentaux pour proposer, dans un premier temps, une approximation de la force de traînée valable dans la région (ii). Ceci nous sera utile dans le Chapitre 4, pour modéliser l'influence des textures sur la dynamique de la sphère dans cette région, mais lorsque l'inertie de la sphère n'est pas négligeable devant les forces visqueuses ( $St = O(1)$ ). Par ailleurs, des modèles hydrodynamiques pour la force de traînée ayant une base théorique plus consistante seront proposés dans la suite de ce chapitre. Ici, la procédure consiste simplement à ajuster les courbes de vitesse par une droite :

$$\frac{V(h)}{V_{St}} \simeq p\varepsilon + \frac{s_0}{a} \quad (3.1)$$

où  $s_0/a$  est l'ordonnée à l'origine de la droite et  $p$  sa pente. La force de traînée associée peut donc se réécrire comme :

$$F(\varepsilon) = 6\pi\mu a V(\varepsilon) \frac{1}{p\varepsilon + \frac{s_0}{a}} \quad (3.2)$$

Si  $p = 1$  cela équivaut à un décalage de la courbe pour une surface lisse. Ceci est le cas pour des réseaux de piliers dilués et de faible hauteur. Pour des réseaux de piliers concentrés et de grande hauteur, nous avons vu que la courbe pour une surface texturée tend à rejoindre la courbe de la surface lisse pour des distances  $h \ll L$ , tout en ayant une vitesse non nulle près de la paroi, ce qui conduit à  $p \leq 1$ . Les pentes les plus faibles sont obtenues pour des grandes hauteurs de piliers. Dans le cas extrême,  $p = 0.71$  ( $\Phi = 0.1$ ,  $e = 117 \mu m$ ). Pour illustrer ces différents cas, 2 exemples sont montrés Figure 3.5. Le premier correspond à des piliers dilués  $\Phi = 0.05$  de hauteur  $e = 21 \mu m$  dont l'ajustement de la droite est de pente  $p = 1$ . La valeur de  $s_0$  trouvée est  $17.4 \mu m$ . Dans le cas où  $\Phi = 0.15$  et  $e = 91 \mu m$ , la courbe tend à rejoindre rapidement la courbe de référence. Par conséquent, la pente de la droite d'ajustement est plus faible ( $p = 0.77$ ) et  $s_0 = 35.5 \mu m$ . Par ailleurs, la courbe de vitesse n'est pas linéaire, l'ajustement par une droite est donc approximatif.

Nous avons vérifié que la valeur de  $s_0$  est indépendante du diamètre de la sphère utilisée pour les expériences et donc caractéristique des textures uniquement (Figures 3.6a et b)

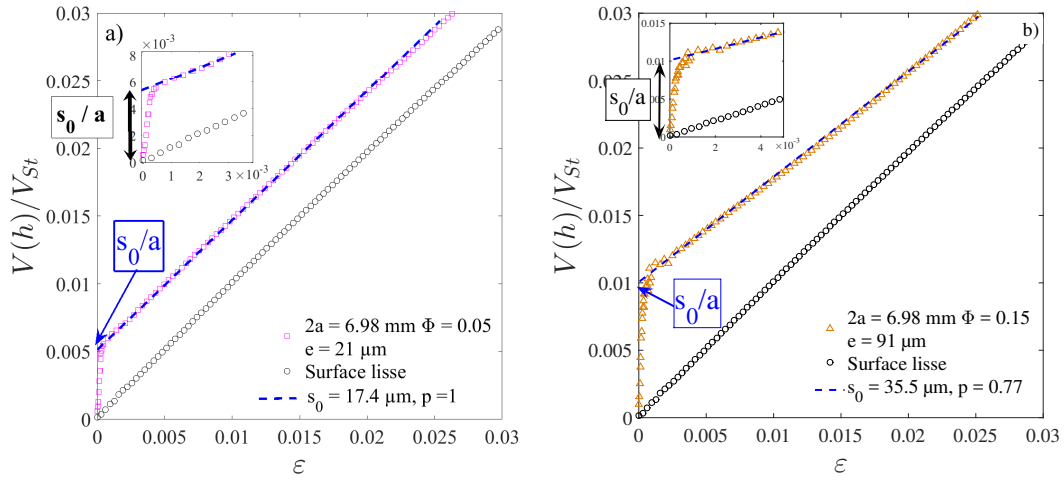


FIGURE 3.5 – Protocole de mesure de la longueur de glissement  $s_0$  ( $h \ll L$ ).

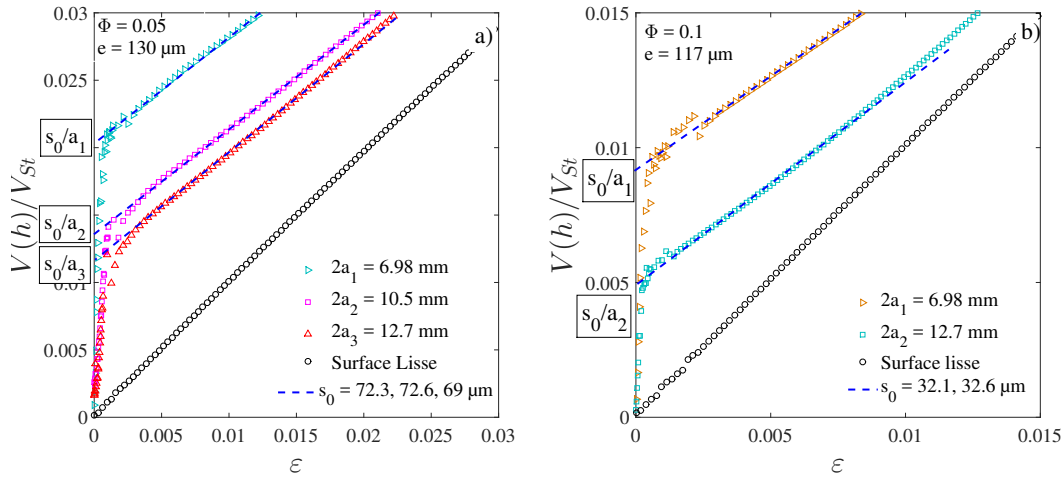


FIGURE 3.6 – Influence du diamètre sur  $s_0$  pour des piliers carrés (a) et cylindriques (b).

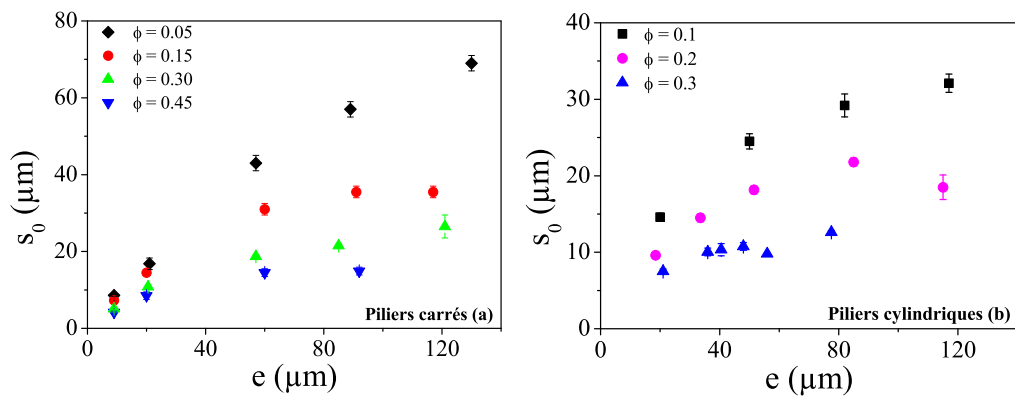


FIGURE 3.7 – Approximation linéaire des courbes pour  $h \ll L$  et valeurs de  $s_0$  en fonction de  $e$  et  $\Phi$ . Cas des piliers carrés (a) et cylindriques (b).

La variation de  $s_0$  en fonction de la hauteur des piliers est tracée sur les Figures 3.7a et 3.7b. On voit que  $s_0$  augmente d'abord avec  $e$ , puis atteint ensuite une valeur maximale.

Les valeurs de  $s_0$  sont reportées dans les Tableaux 3.2 et 3.3.

### 3.1.4 Conclusion

La présence de micro-structures de type réseau de micro-piliers augmente la vitesse de la sphère, à une distance donnée, par rapport au cas d'une surface lisse. Cet effet est d'autant plus grand que la fraction surfacique des piliers est faible et que leur hauteur est grande, bien qu'il existe une hauteur limite à partir de laquelle l'augmentation de vitesse sature. L'effet est d'abord visible dans la région (i) lorsque  $\varepsilon \gg L/a$  (champ lointain) et s'intensifie dans la région (ii) pour  $\varepsilon \ll L/a$ . D'autres paramètres géométriques comme la largeur des piliers  $2b$  jouent un rôle sur la dynamique de la sphère. Il aurait été intéressant de comparer deux expériences à même fraction de piliers  $\Phi$  mais avec des périodes de textures  $L$  différentes. Ces expériences n'ont pu être produites faute de temps.

## 3.2 Modélisation de la région "champ lointain" (i) : $h \gg L$

Nous souhaitons modéliser nos résultats expérimentaux par le modèle de surface lisse équivalente (SLE) décrit au Chapitre 1. Ce dernier est applicable seulement lorsque la distance sphère-paroi est grande devant la périodicité des micro-structures, c'est-à-dire,  $h \gg L$  ce qui correspond à la région (i) définie précédemment. L'objectif est de mesurer la valeur de la longueur de décalage,  $s_{eff}$ .

### 3.2.1 Mesure de $s_{eff}$

Dans le chapitre 1, nous avons vu que dans le modèle SLE, la force de traînée sur la sphère était la même que celle sur la même sphère s'approchant d'une surface lisse mais décalée d'une longueur  $s_{eff}$ . Cela veut dire que dans la région de lubrification près d'une surface texturée, le coefficient de frottement devient :

$$f_{\perp}(h) = \frac{a}{h + s_{eff}} \quad (3.3)$$

Autrement dit, la mobilité, ou vitesse normalisée, de la sphère est modélisée par :

$$\frac{V(h)}{V_{St}} = \frac{h + s_{eff}}{a} \quad (3.4)$$

Le protocole de mesure de  $s_{eff}$  consiste à translater la courbe de référence obtenue pour une surface lisse le long de l'axe horizontal, jusqu'à obtenir sa superposition avec la courbe obtenue pour la surface texturée. Cette opération se fait dans la région (i), c'est à dire la superposition commence au point d'abscisse  $\varepsilon = L/a$  et se poursuit en s'approchant de la paroi. Sur l'axe des abscisses, la valeur du décalage est égale à  $s_{eff}/a$ . La Figure 3.8a est un exemple de la procédure, appliquée à une surface de type piliers carrés très diluée ( $e = 21 \mu m$ ,  $\Phi = 0.05$ ) et un diamètre de sphère  $2a = 12.7 mm$ . Dans cet exemple, on voit que l'idée du décalage est naturelle, du fait du parallélisme visible des courbes. Le décalage à  $L/a = 0.037$  montre une très bonne superposition

dans la région (i)  $\varepsilon \gg L/a$ , mais aussi, pour cet exemple, dans la région  $\varepsilon \ll L/a$ . La valeur de  $s_{eff}/a$  obtenue est ici de  $15.2 \mu m$ . Cette valeur correspond à 72% de la hauteur des piliers, ce qui signifie que l'effet des textures sur la mobilité est très significatif, même en champ lointain. La Figure 3.8b, présente un exemple où la densité de piliers est très élevée ( $\Phi = 0.7$ ) et leur hauteur grande ( $e = 85 \mu m$ ). Ici, la superposition est réalisée pour des distances  $\varepsilon$  supérieures à  $L/a = 0.051$ . La valeur du décalage qui permet de superposer les courbes est beaucoup plus petite que précédemment :  $s_{eff} = 5.9 \mu m$ . Cette valeur représente seulement 7% de la hauteur des piliers. De plus, à partir de distances  $\varepsilon < 0.002$ , les deux courbes s'écartent l'une de l'autre, celle obtenue pour la texture se trouvant au-dessus de la courbe lisse décalée. On voit ici le rôle de la géométrie des textures dans la région (ii), où le modèle de paroi lisse équivalente n'est plus applicable, au sens strict (avec une valeur unique de la longueur de décalage pour toutes les distances). Dans cette région, il serait possible de déterminer des valeurs de  $s_{eff}$ , mais qui dépendent de la distance à la paroi.

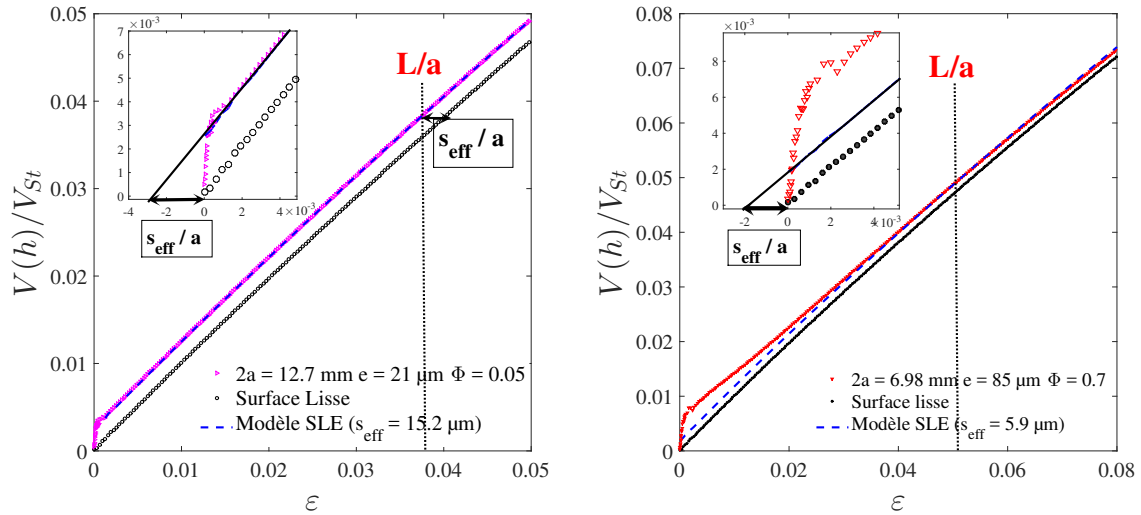


FIGURE 3.8 – Modèle de surface lisse équivalente : décalage des courbes le long de l'axe horizontal pour l'obtention de la longueur  $s_{eff}$ , appliqué à deux géométries de textures différentes.

### Influence du diamètre de la sphère

Dans un premier temps, nous avons vérifié que  $s_{eff}$  était indépendant du diamètre de la sphère (Figure 3.9 piliers cylindriques  $\Phi = 0.1$ ,  $e = 117 \mu m$ ). Le décalage horizontal de la courbe de référence à partir de  $\varepsilon = L/a$  donne une bonne superposition avec la courbe près d'une surface texturée, dans la région (i), et ceci pour les deux diamètres de sphère  $2a = 6.98 mm$  et  $2a = 12.7 mm$ . Bien que le rapport  $L/a$  soit différent ( $L/a = 0.032$  et  $0.018$ ), la valeur de  $s_{eff}$  est la même ( $12.4$  et  $12.5 \mu m$ ). Nous pouvons conclure que  $s_{eff}$  est bien une grandeur caractéristique de la texture, qui ne dépend que de ses paramètres géométriques.

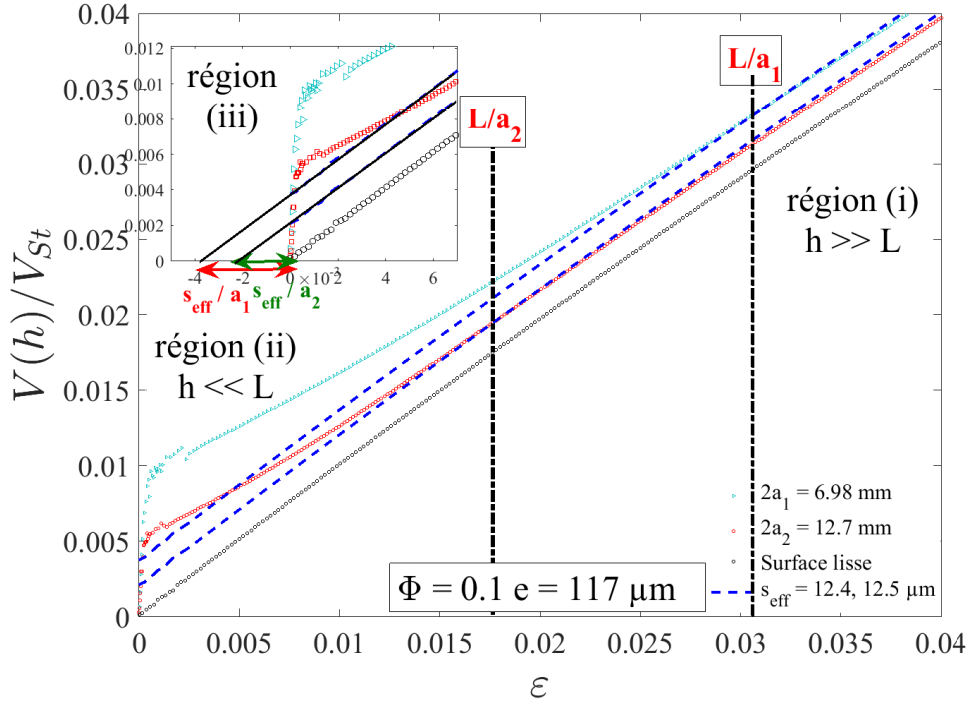


FIGURE 3.9 – Modèle de surface lisse équivalente : décalage des courbes le long de l'axe horizontal pour l'obtention de la longueur  $s_{eff}$ , appliqué à deux diamètres de sphères ( $2a = 6.98 \text{ mm}$  et  $2a = 12.7 \text{ mm}$ ), pour une géométries de textures fixée (piliers cylindriques à  $\Phi$  et  $e$  fixés).  $L/a_1 = 0.032$ ,  $L/a_2 = 0.018$

### Influence des paramètres géométriques des textures

Nous avons appliqué le modèle SLE dans diverses situations afin de mieux comprendre l'influence des paramètres géométriques des textures sur la longueur de décalage. Plusieurs conclusions peuvent être faites :

- la longueur de décalage augmente avec la hauteur des piliers pour une fraction  $\Phi$  fixée (Figures 3.10 a et b). Le modèle SLE est très convaincant pour des petites hauteurs ( $< 50 \mu\text{m}$ ) mais la zone de superposition du modèle diminue pour des grandes hauteurs. Dans certain cas, les valeurs de  $s_{eff}$  atteignent des valeurs spectaculaires allant jusqu'à 95 % de la la hauteur des textures (voir tableau 3.2). L'augmentation de  $s_{eff}$  atteint cependant une limite supérieure lorsque la hauteur des piliers augmente.

- plus la concentration de piliers est élevée (à hauteur fixée), plus la valeur de  $s_{eff}$  diminue (Figures 3.10 c et d). Pour les faibles concentrations de piliers, le modèle ajuste très correctement la courbe expérimentale sur une large extension spatiale. Pour des grandes concentrations ( $\geq 30 \%$ ), l'effet des textures est faible à des distances où  $\varepsilon > L/a$  ce qui entraîne des valeurs de  $s_{eff}$  particulièrement faibles. A titre d'exemple pour  $\Phi = 0.45$  (Figure 3.10a),  $s_{eff} = 1.4 \mu\text{m}$  ce qui représente 1.5 % de la hauteur des piliers.

La configuration la plus favorable pour obtenir une grande valeur de longueur de décalage

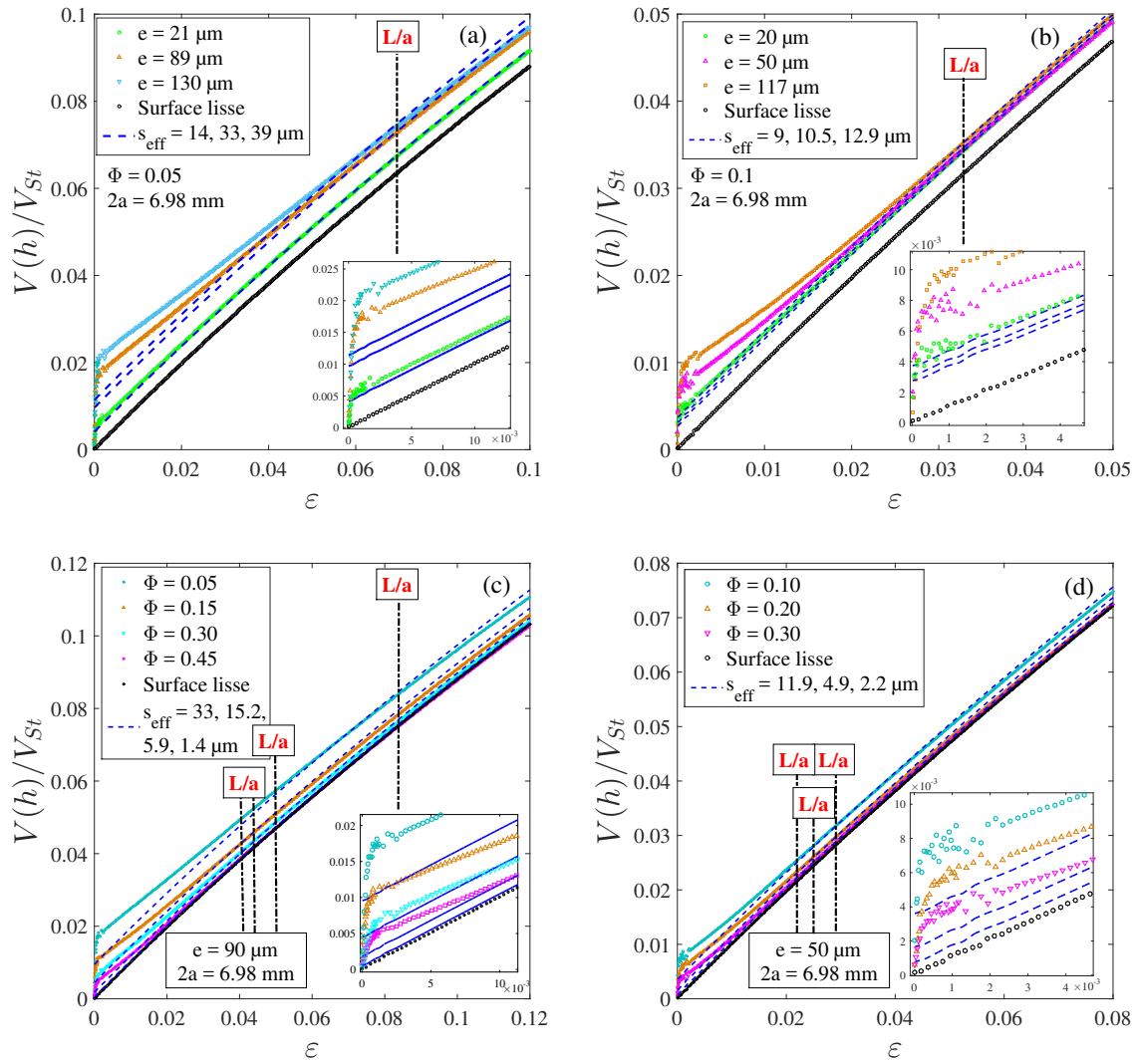


FIGURE 3.10 – Modèle de surface lisse équivalente. En haut : influence de la hauteur à  $\Phi$  et  $2a$  fixés. Piliers carrés  $L/a = 0.069$  (a) et cylindriques  $L/a = 0.032$  (b) En bas : influence de la concentration à  $\Phi$  et  $e$  fixés. Les valeurs de  $L/a$  pour des piliers carrés (c) pour  $\Phi = 0.05, 0.15, 0.3, 0.45$  sont respectivement  $L/a = 0.069, 0.04, 0.051, 0.043$ . Pour des piliers cylindriques (d) les valeurs de  $L/a$  sont égales à  $L/a = 0.032, 0.028, 0.023$  respectivement pour  $\Phi = 0.1, 0.2, 0.3$

est une faible densité de piliers et une grande hauteur de piliers. Cependant le rapport  $s_{eff}/e$  est d'autant plus grand que  $e$  est faible.

### 3.2.2 Prédiction théorique de $s_{eff}$

Nous souhaitons comparer nos résultats expérimentaux au modèle en loi d'échelle développé à l'origine pour des surfaces superhydrophobes [33], mais qui est applicable au cas oléophile qui nous intéresse ici. En l'absence de gaz piégé, une seule viscosité est utilisée pour les deux phases :  $\eta_g = \eta$ . En remplaçant dans l'équation (1.22), nous obtenons la loi suivante pour la longueur de glissement effective au-dessus d'un réseau de piliers cylindriques :

$$\frac{1}{b_{eff}} \sim \frac{1}{(1 - \Phi) \frac{L}{\sqrt{\beta(\Phi)}} \tanh\left(\sqrt{\beta(\Phi)} \frac{e}{L}\right)} + \frac{1}{L \left(\frac{0.325}{\sqrt{\Phi}} - 0.44\right)} \quad (3.5)$$

Nous avons vu au Chapitre 1 que lorsque  $Re \ll 1$ , la force de traînée par unité de longueur exercée sur un pilier cylindrique par un écoulement de vitesse  $U$  uniforme et unidirectionnel s'écrit [53] :

$$f_p = \beta(\Phi) \mu \langle U \rangle \quad (3.6)$$

où  $\mu$  est la viscosité du fluide et  $\beta(\Phi)$  une fonction croissante de la fraction surfacique  $\Phi$  des piliers dans le réseau. La fonction  $\beta(\Phi)$  a été déterminée théoriquement par divers auteurs (voir [54] [55] [56] [57] [53]). Les différentes solutions trouvées pour  $0 \leq \Phi \leq 0.6$  sont présentées Figure 3.11. La solution de Kuwabara semble fournir le meilleur accord entre les expériences et les simulations numériques, et c'est pourquoi nous avons fait le choix de l'utiliser. Celle-ci est valide pour  $0 \leq \Phi \leq 0.4$  et s'écrit [56] :

$$\beta(\Phi) = \frac{4\pi}{\ln\left(\frac{2}{\sqrt{\pi\Phi}}\right) - 0.75 + \frac{\pi}{4}\Phi - \frac{\pi^2}{64}\Phi^2}. \quad (3.7)$$

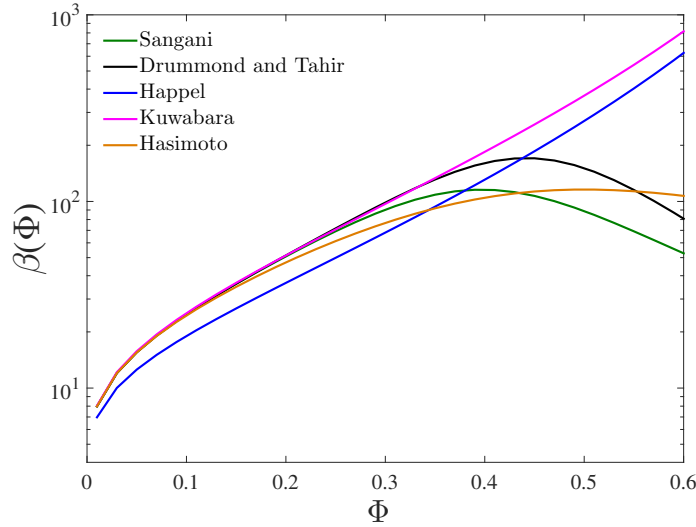


FIGURE 3.11 – Force de traînée adimensionnalisée  $\beta(\Phi)$  sur un pilier cylindrique dans un réseau carré en fonction de la concentration de piliers  $\Phi$ . Prédictions de différents auteurs.

Pour des piliers à base carrée, la même expression de  $\beta(\Phi)$  est utilisée.

Remarquons que pour une texture isotrope, les longueurs effectives de glissement sont identiques dans les deux directions propres ( $b_{eff} = b_{//} = b_{\perp}$ ), ce qui donne une longueur de décalage  $s_{eff} = b_{eff}$  (équation (1.15)). Les valeurs de  $b_{eff}$  issues de l'équation (3.5) sont tracées en traits continus sur les Figures 3.12 et 3.13, respectivement pour des piliers carrés et cylindriques. Les va-



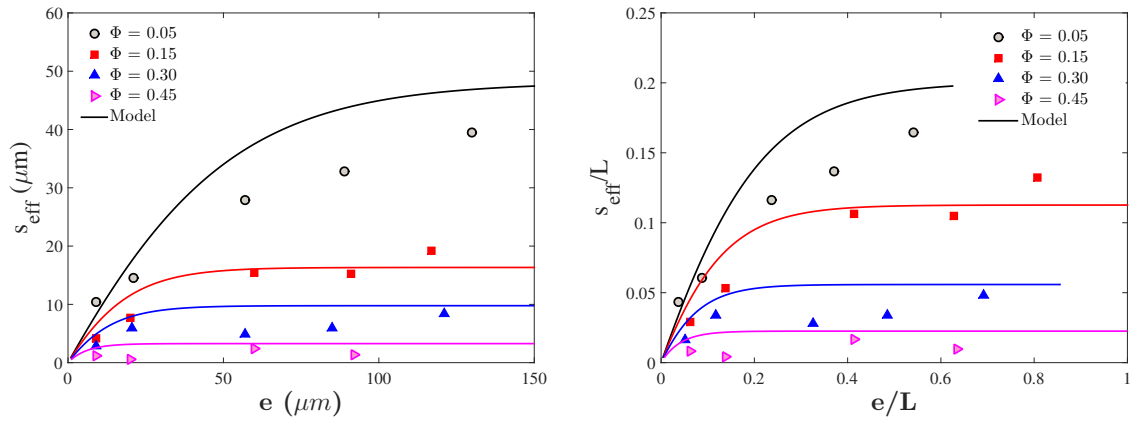


FIGURE 3.12 – Comparaison modèle-expériences pour des micro-piliers à base carrée. a)  $s_{eff}$  mesuré en fonction de  $e$  (symboles) b)  $s_{eff}/L$  mesuré en fonction de  $e/L$  (symboles). Traits continus : Equation 3.5 pour  $b_{eff}$ .

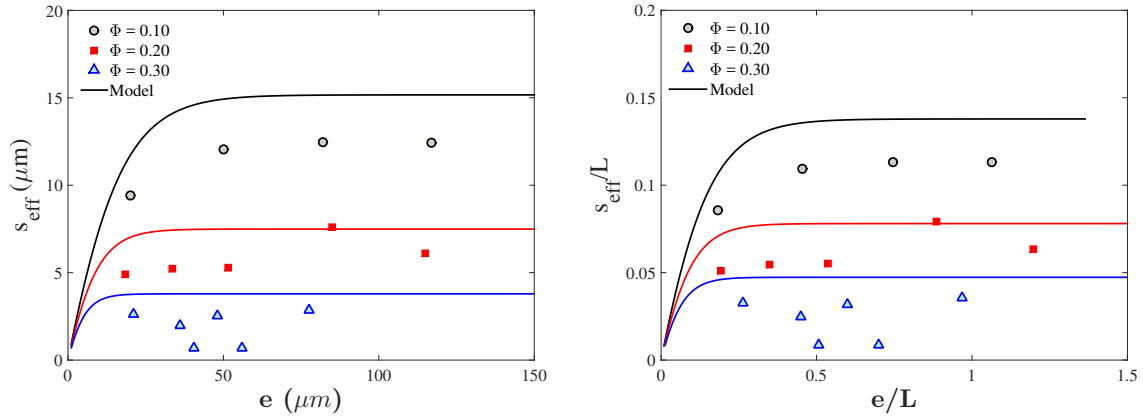


FIGURE 3.13 – Comparaison modèle-expériences pour des micro-piliers cylindriques. a)  $s_{eff}$  mesuré en fonction de  $e$  (symboles) b)  $s_{eff}/L$  mesuré en fonction de  $e/L$  (symboles). Traits continus : Equation 3.5 pour  $b_{eff}$ .

leurs de  $s_{eff}$  mesurées sont les symboles. L'accord entre les mesures et le modèle est satisfaisant : le modèle rend compte de l'augmentation de  $s_{eff}$  avec la hauteur des piliers jusqu'à l'obtention d'un palier, dont la valeur est cependant surestimée par le modèle. Expérimentalement, ce palier est atteint pour des concentrations en piliers intermédiaires ( $0.15 \leq \Phi \leq 0.3$ ), mais il n'est pas visible pour la plus petite concentration en piliers ( $\Phi = 0.05$ ). Il n'y a pas de différence notable dans l'adéquation modèle-expériences entre les piliers à base carrée et cylindrique.

### 3.2.3 Conclusion

Nous avons appliqué le modèle de surface lisse équivalente aux courbes de mobilité obtenues pour une sphère s'approchant d'un réseau de micro-piliers. Ce modèle, valable en théorie dans la région (i) pour des distances grandes devant la périodicité du réseau ( $h \gg L$ ), décrit correctement les expériences dans cette région. La longueur de décalage  $s_{eff}$  associée dépend fortement

des paramètres géométriques du réseau de piliers. Les valeurs obtenues pour cette longueur de décalage ont été comparées aux prédictions de longueur effective de glissement au dessus d'un réseau de micro-piliers (carrés ou cylindriques), dans le cas oléophile. La comparaison s'avère assez satisfaisante dans la gamme de paramètres géométriques testée.

### 3.3 Modélisation des régions "proche paroi" (ii) et (iii) : $h \ll L$

La région proche paroi se compose de 2 sous-régions qui nécessitent des modélisation différentes. L'objectif est ici de calculer le coefficient de frottement, en séparant l'effet des textures à des distances grandes devant le rayon des piliers ( $b \ll h \ll L$ ) de leur effet lorsque la distance devient inférieure au rayon des piliers ( $h \ll b$ )

#### 3.3.1 Région (ii) : $b \ll h \ll L$

Dans la région (ii) correspondant à  $b \ll h \ll L$ , nous avons constaté les limites du modèle SLE qui ne décrit pas toujours correctement les courbes de vitesse, notamment pour des géométries de réseaux de piliers particulières (piliers hauts et concentrés). Pour décrire l'effet des textures dans cette région, nous proposons de développer un modèle alternatif au modèle SLE, qui consiste à remplacer le milieu composite (piliers + fluide) par un milieu continu effectif, dont la viscosité sera cherchée par ajustement aux courbes expérimentales. Cette approche de type milieu effectif a été utilisée notamment pour le calcul de la dissipation dans un réseau de piliers dans le contexte du glissement effectif [33], et du coating de surfaces texturées [58].

#### Formulation du modèle

La situation considérée est représentée sur la Figure 3.14. Un écoulement de drainage est créé par une sphère, de rayon  $a$ , s'approchant perpendiculairement de 2 couches de fluides superposées, non miscibles et de viscosités différentes. Le fluide 1 entoure la sphère et est en contact avec un fluide 2, qui forme une couche d'épaisseur uniforme sur une paroi solide, et dont la viscosité est plus grande que celle du fluide 1. Cette viscosité plus grande est la conséquence de la présence de piliers qui augmente la dissipation visqueuse. Nous ferons l'hypothèse que l'interface entre les 2 couches de fluide reste stable et plane pendant le drainage. Dans nos expériences, la couche de fluide en contact avec les piliers a en effet une épaisseur  $e$  qui reste uniforme et constante au fur et à mesure que la sphère s'approche.

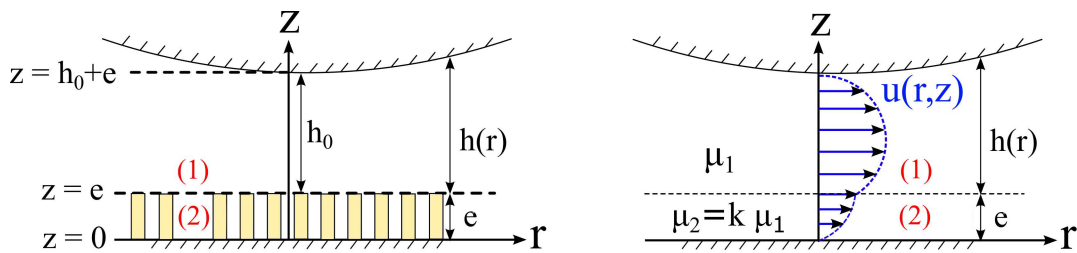


FIGURE 3.14 – Sphère s'approchant (1) d'un réseau de micro-piliers (2) de 2 couches de fluides de viscosités différents.

A un instant  $t$ , la vitesse de la sphère est  $V_0 > 0$  et elle se trouve à une distance  $h_0$  de l'interface entre les deux fluides. Le fluide entourant la sphère a une viscosité dynamique  $\mu_1 = \mu$ . Le fluide en contact avec la paroi a une viscosité  $\mu_2 = k\mu$ , où  $k$  est un coefficient sans dimension. Le problème est axisymétrique à deux dimensions ( $r$  et  $z$ ). Pour des distances  $h_0 + e$  très petites devant le rayon  $a$  de la sphère, l'équation de la surface de la sphère s'écrit en première approximation :

$$h(r) \simeq h_0 + \frac{r^2}{2a} \quad (3.8)$$

Les équations de lubrification sont résolues pour les champs de vitesse ( $u_i(r, z)$  et  $w_i(r, z)$ ). La conservation de la masse implique que  $w_i \ll u_i$  et les équations de Stokes s'écrivent pour chaque fluide :

$$\frac{\partial p_i}{\partial r} = \mu_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \quad \frac{\partial p_i}{\partial z} = 0 \quad (3.9)$$

La pression est fonction de  $r$  uniquement, et telle que  $p_1(r) = p_2(r) = p(r)$ . Le champ de vitesse s'obtient en intégrant 2 fois l'équation 3.9 :

$$u_i(r, z) = \frac{1}{2\mu_i} \frac{dp(r)}{dr} (z^2 + A_i(r)z + B_i(r)). \quad (3.10)$$

où  $A_i$  et  $B_i$  sont des fonctions à déterminer par les conditions limites. Les conditions limites s'écrivent :

1. Condition d'adhérence à la paroi

$$u_2(r, 0) = 0 \quad (3.11)$$

2. Continuité des vitesses à l'interface entre les 2 couches de fluides :

$$u_1(r, e) = u_2(r, e) \quad (3.12)$$

3. Continuité des contraintes à l'interface entre les 2 couches de fluides :

$$\mu_1 \frac{du_1}{dz}(r, e) = \mu_2 \frac{du_2}{dz}(r, e). \quad (3.13)$$

4. Condition d'adhérence à la surface de la sphère :

$$u_1(r, h + e) = 0. \quad (3.14)$$

On obtient :

$$B_2(r) = 0 \quad (3.15)$$

$$A_1(r) = A_2(r) = -\frac{(h + e)^2 + (1/k - 1) e^2}{(h + e) + (1/k - 1) e} \quad (3.16)$$

$$B_1(r) = -(h + e) A_1(r) - (h + e)^2 \quad (3.17)$$

où  $h = h(r)$ . La conservation du débit  $q(r)$  de fluide située entre le plan et la sphère s'écrit

$$q(r) + \pi r^2 w(z = h_0) = 0 \quad (3.18)$$

avec  $w(z = h_0) = -V(h_0)$  la vitesse axiale de la sphère. Le débit radial  $q(r)$  est obtenu en intégrant le champ de vitesse :

$$q(r) = \int_e^{h+e} u_1(r, z) 2\pi r dz + \int_0^e u_2(r, z) 2\pi r dz \quad (3.19)$$

Nous obtenons alors l'expression de gradient de pression radial

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{6\mu r V(h_0)}{\bar{h}^3} \quad (3.20)$$

avec :

$$\bar{h}^3 = -\left(2[(h+e)^3 + e^3(1/k - 1)] + 3A_1(r)[(h+e)^2 + e^2(1/k - 1)] + 6B_1(r)h\right) \quad (3.21)$$

où  $\bar{h} = \bar{h}(r)$ . La pression est obtenue en intégrant l'équation (3.20) entre la position radiale  $r$  et la position  $R = \sqrt{2ah_0}$  où on retrouve les valeurs à l'infini ( $p = p_0$  à  $r \rightarrow \infty$ )

$$p(r) - p_0 = \int_r^R -\frac{dp(r)}{dr} dr \quad (3.22)$$

Enfin, la force de traînée à une distance  $h_0$  donnée est :

$$F_B = \int_0^a (p(r) - p_0) 2\pi r dr \quad (3.23)$$

L'intégration est effectuée numériquement sous Matlab pour une vitesse fixée  $V(h_0)$  et différentes valeurs de  $h_0$ . Le coefficient de frottement  $f_{\perp B}$  associé à cette force de traînée est alors :

$$f_{\perp B} = \frac{F_B(h_0)}{6\pi\mu a V_0} \quad (3.24)$$

### Ajustement du modèle sur les expériences

Dans le modèle, le seul paramètre ajustable est le coefficient  $k$ , rapport des viscosités des deux fluides. Pour une expérience donnée, la hauteur des piliers  $e$  est connue. L'ajustement consiste donc à chercher la valeur de  $k$  qui donne le meilleur accord entre le coefficient de mobilité calculé  $1/f_{\perp B}$  (équation 3.24), et la courbe de vitesse mesurée.

La Figure 3.15 montre un exemple d'ajustement du modèle à une série de 4 expériences. Les textures sont des réseaux de piliers cylindriques de fractions surfaciques  $\Phi = 0.1, 0.2, 0.3$ , de hauteur  $e = 50 \mu m$  et le diamètre de la sphère est  $2a = 6.98 mm$ . Pour  $k = 1$  et  $e = 0 \mu m$ , le modèle décrit bien la courbe expérimentale obtenue pour une surface lisse. Lorsque  $e \neq 0$ , la valeur de  $k$  est ajustée de sorte à obtenir le meilleur accord avec les expériences : ici,  $k = 5.5, 12$  et  $28$ . On voit que le modèle décrit remarquablement bien l'allure des courbes de vitesse, et notamment leur courbure. Par construction, le modèle ne décrit pas la décroissance de la vitesse vers zéro lorsque  $h \ll b$  : il impose une vitesse non-nulle sur le haut des piliers ( $h = 0$  étant l'interface).

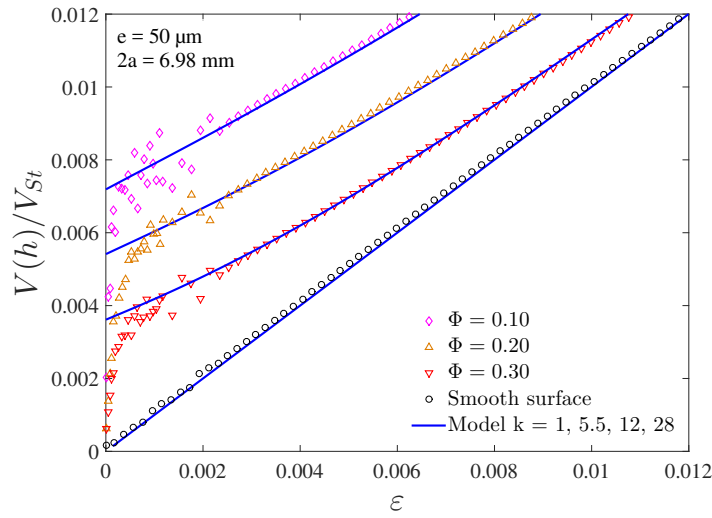


FIGURE 3.15 – Exemple d’ajustement du modèle (équation (3.24)) aux courbes expérimentales, pour des réseaux de piliers cylindriques de différentes fractions surfaciques ( $\Phi = 0.1, 0.2, 0.3$ ), et de hauteur fixée ( $e = 50 \mu m$ ). Le diamètre de la sphère est  $2a = 6.98 mm$ .

### 3.3.2 Modélisation de la région (iii) : $h \leq b$

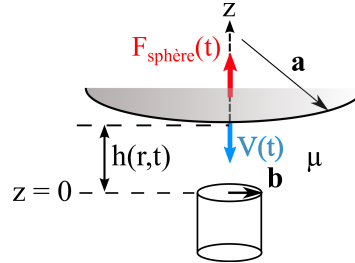


FIGURE 3.16 – Interaction de lubrification entre une sphère de rayon  $a$  et un pilier de rayon  $b$  lorsque  $h \ll b$ .

Juste avant le contact à la paroi, la sphère décélère sur une distance très petite de l’ordre de quelques interfranges, puis s’arrête. Ceci se manifeste par un changement de pente de la courbe vitesse en fonction de la distance. Nous interprétons cette rapide décroissance de la vitesse par l’interaction hydrodynamique de la sphère avec le pilier le plus proche, dès que la distance  $h$  devient petite devant le rayon du pilier  $b$ , i.e  $\varepsilon \leq (b/a)$ . Le problème s’apparente alors à l’approche de deux disques circulaires de rayon  $b$ . Dans ce cas, la force de lubrification s’exprime par [59] :

$$F_P = \frac{3\pi\mu b^4 V(h)}{2h^3} \quad (3.25)$$

Cette force ne décroît plus en  $1/h$  comme pour le cas de l’interaction sphère-plan, mais en  $1/h^3$ . Le coefficient de frottement associé est :

$$f_{\perp p}(\varepsilon) = \frac{1}{4} \left( \frac{b}{a} \right)^4 \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)^3 \quad (3.26)$$

Nous avons considéré ici le cas d'un pilier cylindrique de rayon  $b$ . L'interaction entre la sphère et un pilier à base carrée sera modélisée de façon approchée par le même coefficient de frottement, en prenant un rayon équivalent égal au demi-côté  $b$  du carré.

### 3.3.3 Modèle complet pour $h \ll L$

Pour modéliser l'ensemble des régions (ii) et (iii), nous écrivons que la force de traînée totale sur la sphère est la somme des forces de traînée  $F_B$  et  $F_p$ , qui agissent sur des distances très différentes. En terme de coefficient de mobilité, on obtient donc :

$$\frac{V(h)}{V_0} = \frac{1}{f_{\perp B} + f_{\perp p}} \quad (3.27)$$

Le paramètre  $k$  est obtenu en ajustant au mieux la mobilité calculée par l'équation 3.27 sur les expériences. Les Figures 3.19 et 3.20 montrent que la qualité de l'ajustement sur les courbes expérimentales présentées précédemment (Figures 3.3 et 3.4) n'est pas modifiée par l'ajout du coefficient de mobilité  $f_{\perp B}$  au modèle. L'avantage est que la région (iii) est maintenant correctement décrite, avec une vitesse qui s'annule au contact des piliers.

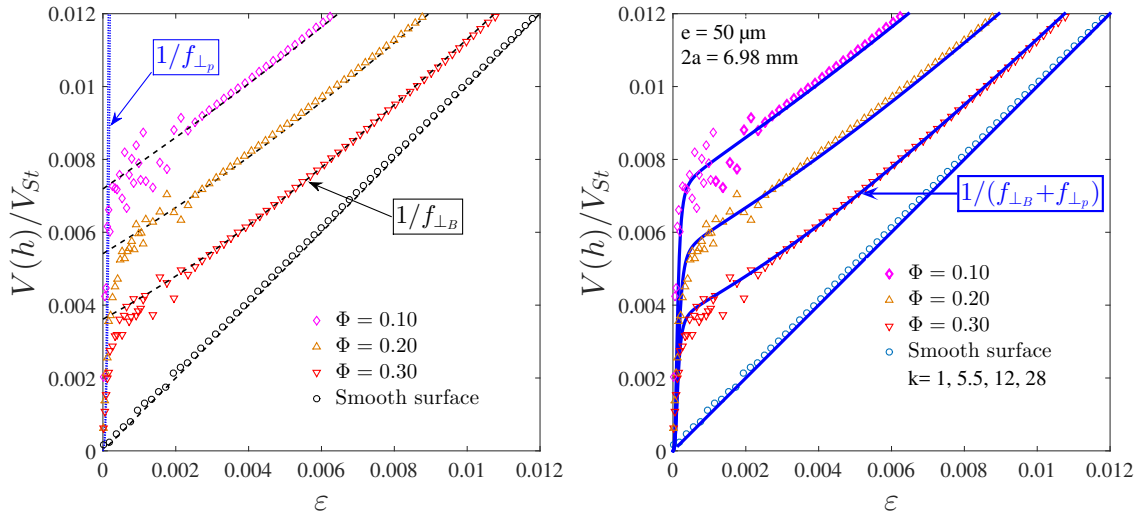


FIGURE 3.17 – a) Modélisation des régions (ii) et (iii), pour des piliers cylindriques de différentes fractions surfaciques ( $\Phi = 0.1, 0.2, 0.3$ ) et de hauteur ( $e = 50 \mu m$ ). Le diamètre de la sphère est  $2a = 6.98 mm$ ) a) Modèles séparés (Equations 3.26 et 3.24) b) Modèle complet (Equation 3.27).

La précision de la modélisation de la région (iii) est loin d'être parfaite si l'on regarde en détail à l'échelle de cette région (Figures 3.18a et b). Elle semble meilleure lorsque la densité de piliers est faible. Lorsque la densité de piliers est supérieure à 30% (Figures 3.18c et d), le modèle a des difficultés à décrire la décroissance plus progressive de la vitesse. De plus, la mobilité prédite par l'équation 3.26 varie en  $\varepsilon^3$  ce qui implique une pente nulle à l'origine. Ce n'est pas ce que

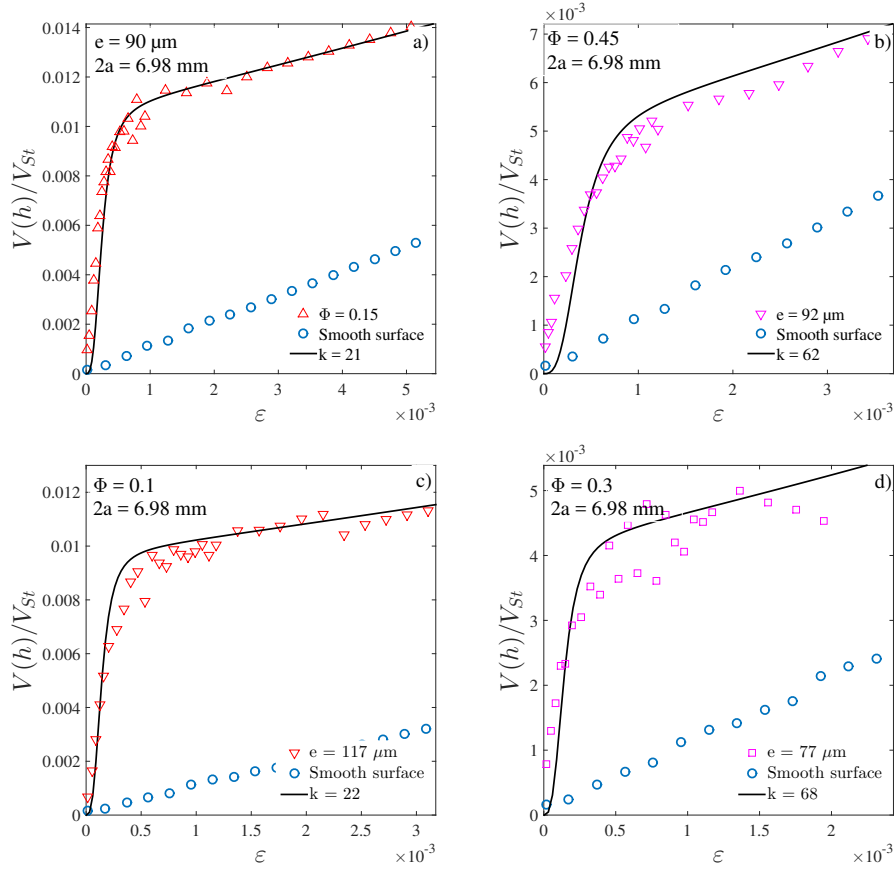


FIGURE 3.18 – Modélisation de la région (iii) pour des piliers carrés (a-b) cylindriques (c-d)

nous observons expérimentalement. Malgré ces restrictions, ce modèle sans paramètre ajustable a l'avantage d'être simple et efficace pour représenter la région (iii).

### Valeurs de $k$ obtenues

L'ensemble des ajustements du modèle aux expériences sont présentées sur les Figures 3.19 et 3.20 pour les réseaux de piliers carrés et cylindriques, respectivement.

Nous avons d'abord étudié dans quelle mesure les valeurs du coefficient de viscosité  $k$  obtenues étaient indépendantes du diamètre de la sphère utilisée dans les expériences. Les Figures 3.19a 3.19b et 3.20a. montrent que  $k$  est en général indépendant du diamètre de la sphère. Cependant pour des piliers cylindriques de fraction  $\Phi = 0.2$  et de hauteur  $e = 115 \mu m$  (Figure 3.20b), la valeur de  $k = 59$ , obtenue en ajustant sur l'expérience effectuée avec le plus grand diamètre  $2a = 12.7 mm$ , surestime nettement celle effectuée avec un plus petit diamètre  $2a = 7 mm$ . Cet écart peut s'expliquer par un rapport entre la hauteur des piliers et le rayon de la sphère  $e/a$  devenant trop grand pour l'approximation de lubrification. Dans ce cas particulier, l'hypothèse de lubrification pour une sphère de diamètre  $2a = 6.98 mm$  est vérifiée pour une distance inférieure à  $35 \mu m$ , ce qui est plus petit que la hauteur des piliers ( $e = 115 \mu m$ ) ! Par ailleurs, le coefficient obtenu résulte d'une moyenne des dissipations visqueuses sur la surface de la sphère. Ces dissipations

évoluent, comme l'écoulement, radialement à partir de l'axe de la sphère. Or pour une surface de sphère trop petite, cette moyenne devient sans doute sensible à la taille de la surface testée. Il est donc plus prudent d'utiliser des sphères de grand rayon pour que la valeur de  $k$  soit une moyenne effective.

L'étape suivante est d'étudier la variation du coefficient  $k$  avec la géométrie du réseau de piliers. Comme attendu,  $k$  augmente avec la concentration de piliers, pour une hauteur de piliers fixée (Figures 3.19c 3.19d et 3.20c et 3.20d). Cette augmentation est très rapide, comme le montre la Figure 3.19d ( $e = 90 \mu m$ ,  $2a = 6.98 \text{ mm}$ ) où  $k = 2.8$  pour  $\Phi = 0.05$  et  $k = 62$  pour  $\Phi = 0.45$ . Par ailleurs, le modèle décrit parfaitement la forme des courbes de vitesse pour chaque expérience (quasi-linéaire lorsque  $\Phi$  est faible, très incurvée lorsque  $\Phi$  est grand).

Pour une fraction de piliers  $\Phi$  fixée,  $k$  augmente avec la hauteur des piliers (Figures 3.19e 3.19f et 3.20e et 3.20f). Lorsque la hauteur limite des piliers, à partir de laquelle la mobilité n'augmente plus, est atteinte (Figure 3.19f),  $k$  augmente significativement avec la hauteur des piliers. Par exemple Figure 3.19f ( $\Phi = 0.45$  et  $2a = 6.98 \text{ mm}$ ),  $k = 23$  pour  $e = 60 \mu m$  et sa valeur est triplée pour  $e = 92 \mu m$  ( $k = 62$ ). Ces résultats sont cohérents avec une augmentation de la dissipation visqueuse à travers le réseau de piliers lorsque la concentration ou la hauteur des piliers augmente. Les valeurs de  $k$  sont résumées dans les Tableaux 3.4 et 3.5. La barre d'erreur provient de la qualité de l'ajustement du modèle sur les expériences.

### Corréler $k$ à la géométrie du réseau de piliers ?

La dissipation visqueuse à travers un réseau de piliers cylindrique a été mesurée dans le cas de l'enduction de surfaces texturées [58]. Il a été montré que l'accroissement de viscosité relative  $k - 1$  est lié aux paramètres géométriques par la loi d'échelle :

$$k - 1 \sim \left(\frac{e}{L}\right)^2 \quad (3.28)$$

Plus précisément, pour un écoulement parallèle de vitesse  $U$  à travers un réseau carré de piliers de hauteur  $e$ , la dissipation visqueuse peut être obtenue en considérant une cellule de taille  $L$  et de hauteur  $e$ . La viscosité effective  $\mu_e$  est définie à partir de la somme de la force de traînée exercée sur un pilier  $F_0$ , et de la force de viscosité exercée sur la paroi du fond de la cellule  $F_1$  :

$$F_0 + F_1 = \mu_e \langle \dot{\gamma} \rangle L^2 \quad (3.29)$$

où  $\langle \dot{\gamma} \rangle$  est le taux de cisaillement effectif de l'écoulement dans la cellule. En intégrant l'équation (3.6) le long d'un pilier, avec  $U = \langle \dot{\gamma} \rangle z$ , la force de traînée totale sur un pilier s'écrit :

$$F_1 = \int_0^e f_p dz = \beta(\phi) \mu \langle \dot{\gamma} \rangle \frac{e^2}{2} \quad (3.30)$$

De plus, la force visqueuse exercée par l'écoulement exercée sur la paroi du fond de la cellule est :

$$F_0 = \mu \langle \dot{\gamma} \rangle L^2. \quad (3.31)$$



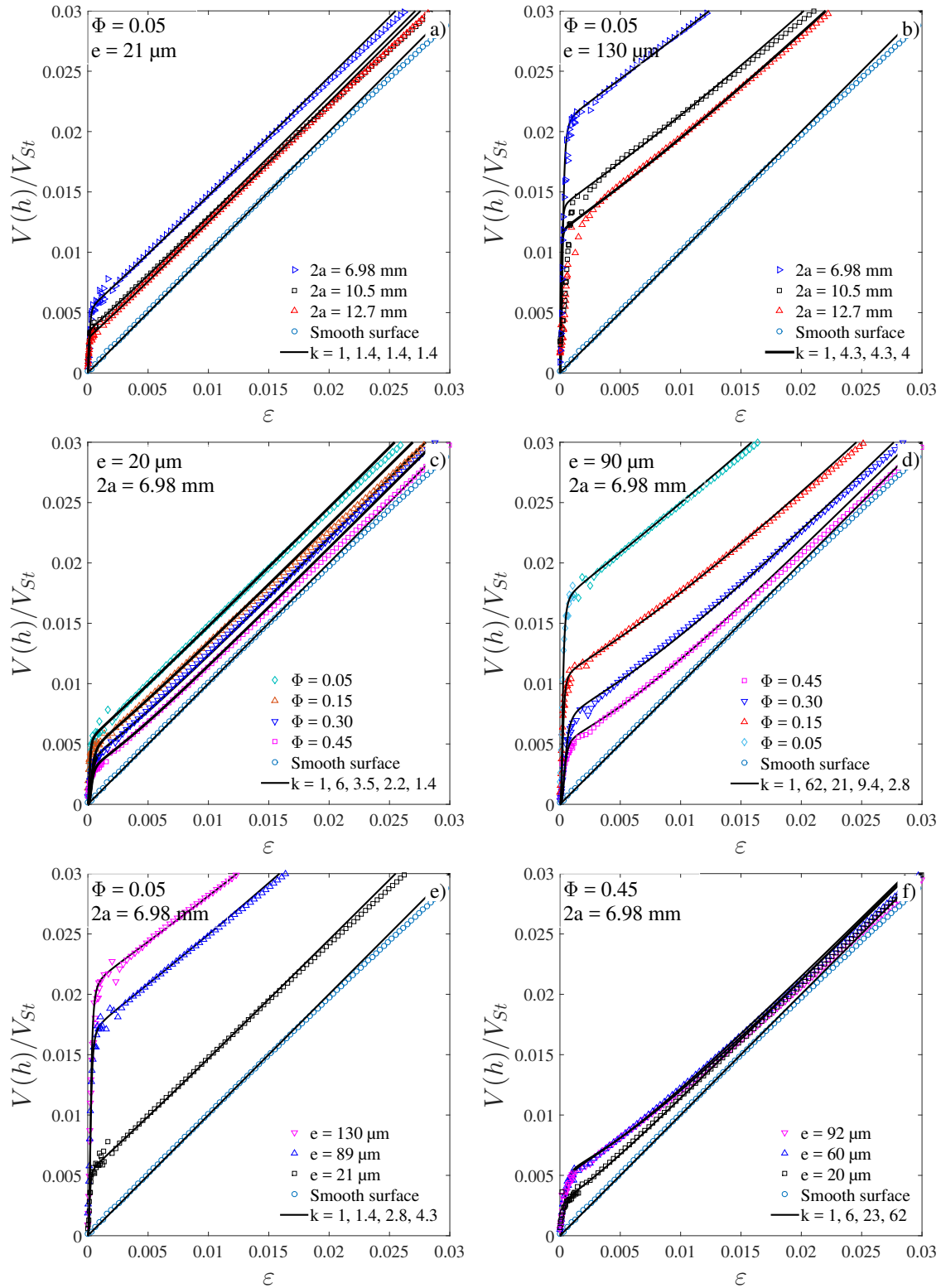


FIGURE 3.19 – Ajustement du modèle de l'équation (3.27) sur les expériences de piliers carrés. (a) et (b) : différents diamètres de sphère à  $e$  et  $\Phi$  fixés. (c) et (d) : effet de la concentration de piliers  $\Phi$  ( $2a$  et  $e$  fixés). (e) et (f) : effet de la hauteur des piliers ( $2a$  et  $\Phi$  fixés).

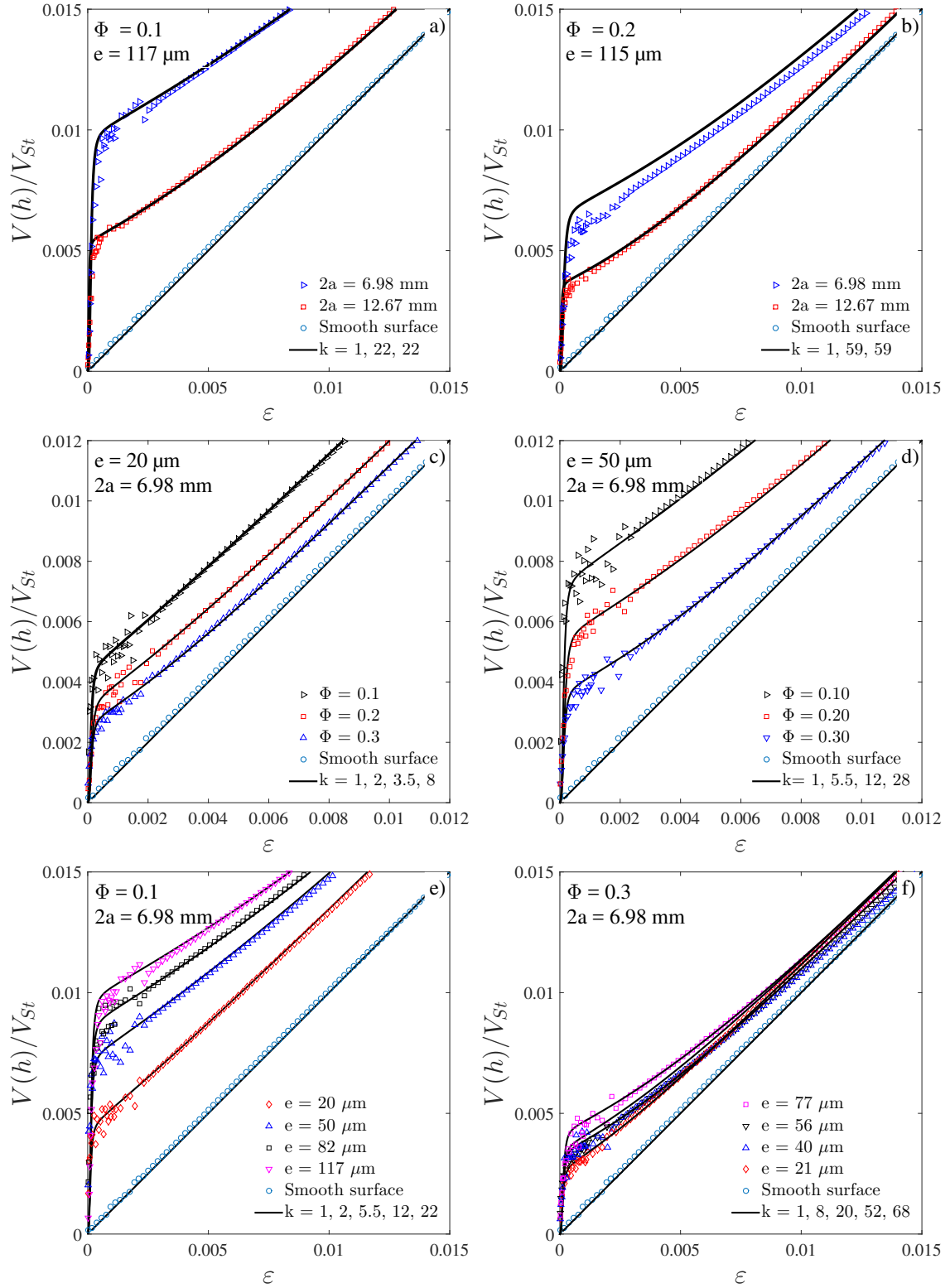


FIGURE 3.20 – Ajustement du modèle de l'équation (3.27) sur les expériences de piliers cylindriques. (a) et (b) : différents diamètres de sphère à  $e$  et  $\Phi$  fixés. (c) et (d) : effet de la concentration de piliers  $\Phi$  ( $2a$  et  $e$  fixés). (e) et (f) : effet de la hauteur des piliers ( $2a$  et  $\Phi$  fixés).

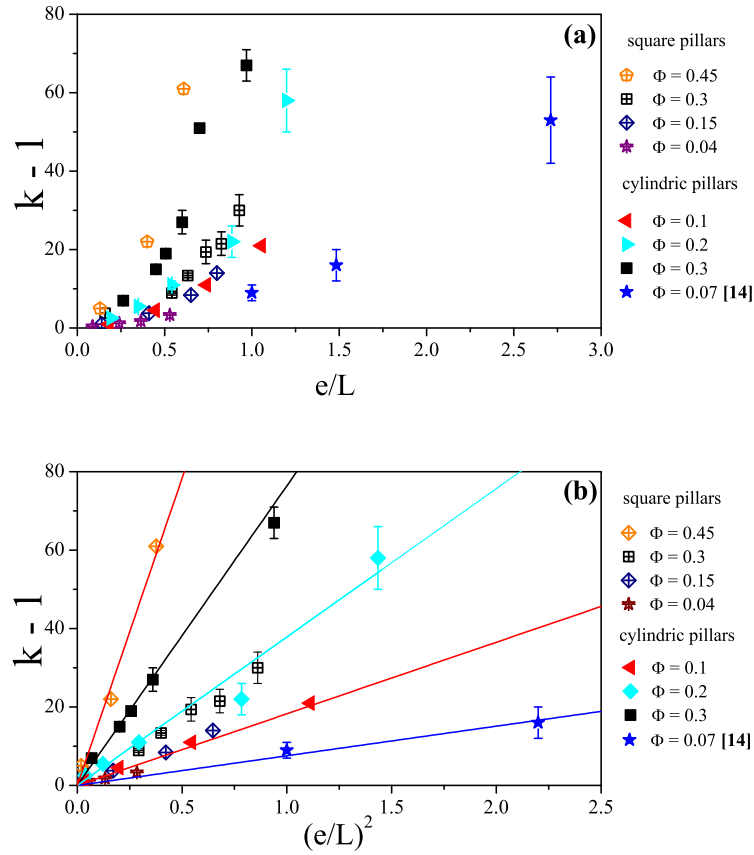


FIGURE 3.21 – Viscosité effective normalisée  $k - 1$  en fonction de  $e/L$  (a) et  $(e/L)^2$  (b).

Les équations (3.31) (3.30) et (3.29), conduisent à l'expression de la viscosité effective  $\mu_e$  en fonction des paramètres géométriques des piliers :

$$\mu_e = \mu \left( 1 + c \beta(\phi) \frac{e^2}{L^2} \right). \quad (3.32)$$

avec  $c$  un préfacteur numérique égal à 0.5. Nous retrouvons ainsi la dépendance linéaire du coefficient  $k = \mu_e/\mu$  avec le rapport  $(e/L)^2$ , où le coefficient  $\beta(\phi)$  représente l'influence de la concentration des piliers sur la dissipation.

Dans nos expériences de drainage de fluide par une sphère, l'écoulement au-dessus du réseau de piliers est à symétrie radiale. Pour le modèle à deux fluides, nous avons supposé également que cet écoulement est radial dans les deux fluides. En réalité, la présence des piliers modifie peut-être cette symétrie radiale dans le réseau des piliers, surtout pour des grandes concentrations de piliers. La situation est en tout cas différente d'un écoulement parallèle à un réseau de piliers, qui conduit à l'équation 3.32. Malgré cette différence, nous avons souhaité comparer nos résultats pour le coefficient  $k$  à la loi d'échelle de l'Equation (3.28). Sur la Figure 3.21a, l'accroissement de viscosité relative ( $k - 1$ ) est tracé en fonction de  $e/L$  pour chaque concentration. Les résultats issus des expériences d'enduction [58] sont également reportés à titre de comparaison. Pour un

rapport  $e/L$  donné, le facteur  $(k-1)$  augmente avec la concentration. Sur la Figure 3.21b,  $(k-1)$  est tracé en fonction de  $(e/L)^2$ . Cette fois, les points obtenus pour chacune des séries à  $\Phi$  fixée se placent sur une droite avec une bonne précision. De plus, la pente de chaque série, obtenue par régression linéaire, augmente avec la concentration des piliers (les valeurs sont reportées dans le Tableau 3.1). Ceci nous laisse penser qu'une corrélation est possible entre le coefficient  $k$  et la géométrie des piliers, même dans le cas d'un écoulement radial à travers les piliers.

En notant  $B(\Phi)$  la pente pour chaque concentration (Figure 3.21b), nous définissons le rapport  $B(\Phi)/(0.5\beta(\Phi))$  comme le degré de corrélation entre un écoulement unidirectionnel dans un réseau de piliers et un écoulement radial dans ce même réseau. Ces valeurs sont reportées Tableau 3.1. La fonction  $\beta(\Phi)$  est calculée comme précédemment par l'équation (3.7). Le rapport  $B(\Phi)/(0.5\beta(\Phi))$  est de l'ordre de 1.5 (entre 1.47 et 1.7) pour des piliers cylindriques ce qui confirme une forte corrélation entre les 2 types d'écoulements. Pour les piliers carrés, le même ordre de grandeur est observé pour des petites concentrations. Ce rapport est néanmoins plus dispersé pour  $\Phi \geq 0.3$ . En prenant pour préfacteur  $c = 0.75$  (au lieu de 0.5 pour un écoulement parallèle), nous pouvons donc conclure que la viscosité effective moyenne mesurée est raisonnablement corrélée aux paramètres géométriques des textures.

	$\Phi$	$B(\Phi) = (k-1)/(e/L)^2$	$\beta(\Phi)$	$B(\Phi)/(0.5 \beta(\Phi))$
Piliers cylindriques	0.1	18.3	24.8	1.47
	0.2	38.2	50.8	1.50
	0.3	76.4	90.3	1.70
Piliers carrés	0.04	10	13.8	1.45
	0.15	20.3	36.2	1.12
	0.3	31.2	90.3	0.70
	0.45	158.6	107	2.96

TABLE 3.1 – Corrélation entre la fraction de piliers  $\Phi$  et la pente des courbes  $k-1$  en fonction de  $(e/L)^2$

### 3.3.4 Conclusion

La force de traînée sur la sphère dans la région "proche paroi"  $0 \ll h \ll L$ , a été modélisée comme la somme de deux contributions qui agissent sur des échelles différentes. L'interaction hydrodynamique entre la sphère et un pilier devient prépondérante pour des distances  $h \ll b$ , elle est modélisée simplement par l'interaction entre deux disques de rayon  $b$ , ce qui permet de rendre compte de la décélération rapide de la sphère sur une distance inférieure à  $b$ , sans paramètre ajustable, et avec une précision suffisante. Pour des distances plus grandes que  $b$ , l'effet des textures sur la traînée est modélisée par un milieu effectif, dont la viscosité reflète la dissipation visqueuse à travers le réseau de piliers. L'accord avec les expériences est réalisé en ajustant la valeur du coefficient  $k$ , rapport de la viscosité de ce milieu effectif, sur celle du fluide entourant la sphère. La forme parfois non-linéaire des courbes dans cette région est bien reproduite par le modèle. Les valeurs du coefficient  $k$  ont ensuite été corrélées aux paramètres géométriques du réseau de piliers. Bien que la viscosité effective mesurée ici dans le cas d'un écoulement radial soit une valeur moyenne sur la

surface des sphères, la loi d'échelle de  $k$  en fonction  $(e/L)^2$ , valable pour un écoulement parallèle, est conservée.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des mesures de vitesse d'une sphère s'approchant d'une paroi comportant un réseau de piliers dans un fluide visqueux à  $Re \ll 1$ . Le dispositif expérimental nous permet d'explorer finement la dynamique pour des distances inférieures à 1 mm. Le principal résultat est une augmentation significative de la vitesse de la sphère dans cette région, comparée au cas d'une surface lisse qui serait située au sommet des piliers. La force de traînée sur la sphère est diminuée en raison de la possibilité pour le fluide de s'écouler à l'intérieur du réseau de piliers. L'augmentation de vitesse induite par les textures est d'autant plus significative que la fraction surfacique de piliers est faible et la hauteur des piliers est grande.

L'examen des courbes de vitesse révèle trois régions distinctes pour la dynamique de la sphère, suivant la valeur de la distance à la paroi :

- dans une région "champ lointain", lorsque la distance est grande par rapport à la périodicité  $L$  du réseau de piliers, l'effet des textures est équivalent à un décalage des courbes obtenues pour une surface lisse, en accord avec le modèle de surface lisse équivalente. La longueur de décalage  $s_{eff}$  mesurée a été comparée à des prédictions en lois d'échelle pour la longueur effective de glissement au-dessus d'un réseau de piliers. Ces prédictions permettent de rendre compte de façon satisfaisante de l'évolution de  $s_{eff}$  avec les paramètres géométriques du réseau de pilier (hauteur  $e$  et fraction surfacique  $\phi$ ).

- dans une région "proche paroi", lorsque la distance devient petite par rapport à la périodicité  $L$  du réseau de piliers, le modèle SLE n'est plus applicable. La traînée sur la sphère est calculée comme résultant de l'écoulement d'écrasement, entre la sphère et une paroi, de deux fluides superposés. La viscosité du deuxième fluide représente l'augmentation effective de dissipation visqueuse due aux piliers. Le modèle décrit bien la forme des courbes de vitesse, pour des valeurs de viscosité effective qui sont ensuite corrélées aux paramètres géométriques du réseau de pilier.

- enfin, le ralentissement brutal de la sphère juste avant le contact avec le haut des piliers se produit dans une région où la distance devient plus petite que le rayon d'un pilier  $b$ . La traînée sur la sphère résulte alors de l'interaction hydrodynamique entre la sphère et le pilier le plus proche. La modélisation par la force de lubrification entre deux disques de rayon  $b$  est suffisante pour décrire les phénomènes observés.

L'ensemble des résultats offre une bonne compréhension de l'influence de la géométrie du réseau de piliers sur la dynamique de la sphère à petit nombre de Reynolds.

$\Phi = 5\%$						$\Phi = 15\%$						$\Phi = 30\%$						$\Phi = 45\%$					
2a (mm)	e	$s_{eff}$	$s_0$	$\Delta s_0$	p	2a (mm)	e	$s_{eff}$	$s_0$	$\Delta s_0$	p	2a (mm)	e	$s_{eff}$	$s_0$	$\Delta s_0$	p	2a (mm)	e	$s_{eff}$	$s_0$	$\Delta s_0$	p
6.98	9	8.6	8.6	0.3	1	6.98	9	4.2	7.3	0.3	1	6.98	9	2.9	5.1	0.3	1	6.98	9	1.2	4.2	0.3	1
6.98	21	13.2	17.4	0.45	1	6.98	20	7.7	14.5	0.5	1	6.98	20.5	5.9	10.8	0.5	1	6.98	20	0.6	8.5	0.4	0.92
10.5	21	10	17.9	0.65	1	6.98	60	15.4	31	1.5	0.85	6.98	57	4.9	18.7	0.6	0.85	6.98	60	2.4	14.6	0.6	0.83
12.7	21	15	17.6	0.76	1	6.98	91	15.2	35.5	1.5	0.77	6.98	85	5.9	21.5	0.5	0.82	12.7	60	2.2	14.3	0.6	0.88
6.98	57	27.9	43	2	1	6.98	117	19.2	35.5	1	0.8	6.98	121	8.4	26.5	3	0.8	6.98	92	1.4	14.9	0.6	0.83
6.98	89	32.8	59	2	1																		
12.7	89	1	59.8	2	1																		
6.98	130	37.3	69	3	1																		
10.5	130	34	72.6	1.3	1																		
12.7	130	39.5	72.4	0.4	1																		

TABLE 3.2 – Valeurs des longueurs de glissement effectives  $s_{eff}$  ( $h \gg L$ ) et  $s_0$  ( $h \ll L$ ) pour les piliers carrés.  $e$ ,  $s_{eff}$ , et  $s_0$  sont en  $\mu m$ . La période du réseau  $L$  est précisée Tableau 2.3.

$\Phi = 10\%$						$\Phi = 20\%$						$\Phi = 30\%$					
2a (mm)	e	$s_{eff}$	$s_0$	$\Delta s_0$	p	2a (mm)	e	$s_{eff}$	$s_0$	$\Delta s_0$	p	2a (mm)	e	$s_{eff}$	$s_0$	$\Delta s_0$	p
6.98	20	9.4	14.6	0.5	1	6.98	18.5	4.9	9.6	0.4	0.88	6.98	21	2.6	7.5	0.3	0.88
6.98	50	12.04	24.5	1	0.76	6.98	33.5	5.2	14.5	0.5	0.87	6.98	36	2	10.5	0.5	0.88
6.98	82	12.4	29.2	1.5	0.74	6.98	51.5	5.3	18.15	0.5	0.8	6.98	40.5	0.7	10.3	0.8	0.8
6.98	117	12.4	32.1	1.2	0.71	6.98	85	7.3	21.8	0.5	0.8	6.98	48	2.2	10.8	0.5	0.8
12.7	117	12.5	32.6	0.4	0.77	12.7	85	7.6	21.9	0.5	0.87	12.7	48	2.5	11.2	0.5	0.92
						6.98	115	4.2	18.5	1	0.76	6.98	56	0.7	9.8	0.2	0.8
						12.7	115	6.1	20.1	1.2	0.77	6.98	77.5	1.5	12.6	0.25	0.76
												12.7	77.5	2.8	12.9	0.3	0.92

TABLE 3.3 – Valeurs des longueurs de glissement effectives  $s_{eff}$  ( $h \gg L$ ) et  $s_0$  ( $h \ll L$ ) pour les piliers cylindriques.  $e$ ,  $s_{eff}$ , et  $s_0$  sont en  $\mu m$ . La période du réseau  $L$  est précisée Tableau 2.4.

$\Phi = 5\%$				$\Phi = 15\%$				$\Phi = 30\%$				$\Phi = 45\%$			
2a (mm)	e ( $\mu m$ )	k	k error	2a (mm)	e ( $\mu m$ )	k	k error	2a (mm)	e ( $\mu m$ )	k	k error	2a (mm)	e ( $\mu m$ )	k	k error
6.98	9	1.08	0.01	6.98	9	1.5	0.1	6.98	9	2.3	0.2	6.98	9	3.4	0.3
6.98	21	1.4	0.1	6.98	20	2.2	0.1	6.98	20.5	3.5	0.2	6.98	20	6	0.5
10.5	21	1.43	0.1	6.98	60	4.8	0.4	6.98	57	10.5	0.5	6.98	60	23	2
12.7	21	1.43	0.1	6.98	91	9.4	0.8	6.98	85	21	2	12.7	60	23	2
6.98	57	2.2	0.1	6.98	117	15	1.5	6.98	121	27	3	6.98	92	62	6
6.98	89	2.8	0.2												
12.7	89	2.5	0.3												
6.98	130	4.3	0.3												
10.5	130	4.3	0.2												
12.7	130	4	0.2												

TABLE 3.4 – Valeurs de k pour les piliers carrés. La période du réseau  $L$  est précisée Tableau 2.3.

$\Phi = 10\%$				$\Phi = 20\%$				$\Phi = 30\%$			
2a (mm)	e ( $\mu m$ )	k	k error	2a (mm)	e ( $\mu m$ )	k	k error	2a (mm)	e ( $\mu m$ )	k	k error
6.98	20	2	0.1	6.98	18.5	3.5	0.1	6.98	21	8	1
6.98	50	5.5	0.1	6.98	33.5	6.5	0.5	6.98	36	16	1
6.98	82	12	0.1	6.98	51.5	12	1	6.98	40.5	20	1
6.98	117	22	2	6.98	85	25	4	6.98	48	28	2
12.7	117	22	2	12.7	85	20	4	12.7	48	25	2
				6.98	115	76	6	6.98	56	52	4
				12.7	115	59	8	6.98	77.5	68	4
								12.7	77.5	62	4

TABLE 3.5 – Valeurs de k pour les piliers cylindriques. La période du réseau  $L$  est précisée Tableau 2.4.



## Chapitre 4

# Approche de surfaces texturées à nombre de Reynolds et de Stokes modérés

### Contents

<b>4.1 Paramètres caractéristiques du problème</b>	<b>84</b>
<b>4.2 Résultats expérimentaux</b>	<b>85</b>
4.2.1 Approche d'une surface lisse	85
4.2.2 Approche d'une surface texturée	87
4.2.3 Conclusion sur les résultats expérimentaux	90
<b>4.3 Modélisation</b>	<b>91</b>
4.3.1 Formulation du modèle	91
4.3.2 Comparaison du modèle avec expériences	92
<b>4.4 Conclusion : du collage au rebond</b>	<b>93</b>

L'objectif de ce chapitre est de caractériser la dynamique d'une sphère s'approchant d'une surface texturée lorsque  $Re = O(1)$  et  $St = O(1)$ . L'exploration de cette gamme de nombre de Reynolds et de Stokes est rendue possible grâce à l'amélioration du dispositif expérimental qui permet de travailler à des bandes passantes plus larges et un niveau plus faible de bruit. A l'instar du cas  $Re \ll 1$ , nous nous attendons à ce que la texture soit responsable d'une augmentation locale de la vitesse, conséquence d'une diminution de la force de traînée sur la sphère. Cependant, nous pouvons nous demander quel rôle va jouer l'inertie dans ce problème et si l'effet de la texture est aussi important que dans le cas où le nombre de Reynolds est petit. Nous nous limiterons ici aux collisions purement dissipatives, ce qui signifie que l'énergie cinétique de la sphère n'est pas suffisante pour qu'elle rebondisse : celle-ci vient se coller à la paroi.

Nous présentons dans un premier temps les résultats expérimentaux obtenus pour l'approche de micro-piliers, que nous comparons à l'approche d'une surface lisse dans les mêmes conditions de Stokes et de Reynolds. Nous discuterons en particulier l'effet des paramètres géométriques sur la dynamique d'approche. Nous présentons ensuite une modélisation de la dynamique d'approche de la sphère, en modifiant le modèle développé dans le cas d'une surface lisse [39] pour tenir compte de la présence des textures. Nous discutons l'adéquation du modèle aux résultats expérimentaux. Enfin, la transition vers le rebond est discutée.



## 4.1 Paramètres caractéristiques du problème

Pour travailler à des nombres de Reynolds et de Stokes modérés, la viscosité du fluide a été diminuée d'un facteur 100 comparé aux expériences à  $Re \ll 1$  : nous utilisons de l'huile V1000 dont la viscosité  $\mu$  est de l'ordre de 1 Pa.s à 25°C. D'autre part, la taille des sphères en acier ( $\rho_p = 7.8 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ) a été augmentée : les diamètres compris entre 10.5 et 15.9 mm. Aussi, nous avons utilisé une sphère de carbure de tungstène de densité  $\rho_p = 15.6 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ . La cellule de mesure numéro 2 a été choisie pour effectuer ces manipulations.

Du fait du confinement, la sphère n'atteint sans doute pas sa vitesse terminale en fluide infini, ce que nous n'avons pas pu vérifier. Pour contourner ce problème, nous avons défini la vitesse caractéristique de chaque expérience comme étant la vitesse terminale que la bille atteindrait dans le même fluide en l'absence de paroi. Le calcul de la vitesse terminale se fait en prenant une force de traînée d'Oseen, valable lorsque  $Re \simeq 1$ , qui s'écrit [60] :

$$F(h) = -6\pi\mu a V(h) \left(1 + \frac{3}{16} Re\right) + O(Re^2) \quad (4.1)$$

L'équation du mouvement de la sphère en écoulement stationnaire avec la force de traînée d'Oseen permet de calculer la vitesse terminale de la sphère en milieu infini. Les valeurs sont comprises entre 420 et 1000  $\text{mm.s}^{-1}$ . Nous en déduisons ensuite un nombre de Reynolds et de Stokes basé sur cette vitesse terminale. Le Tableau 4.1 présente un résumé des vitesses terminales, des nombres de Reynolds et de Stokes pour chaque type d'expérience effectuée. Les propriétés des fluides sont prises à 25°C.

Les nombres de Reynolds et de Stokes étudiés sont compris entre  $2 < (Re, St) < 7$ . Le nombre de Stokes ( $St = (\rho_p/9\rho_f)Re$ ) est ici du même ordre de grandeur que le nombre de Reynolds du fait d'un rapport de densité fluide/matériau de l'ordre de 10. L'intérêt d'utiliser une sphère en carbure de tungstène au lieu de l'acier est que sa vitesse terminale (522.6  $\text{mm.s}^{-1}$ ) est plus faible pour un même nombre de Stokes ( $St = 4.9$ ). Cependant, le diamètre de la sphère étant petit (8 mm), les manipulations sont plus difficiles car, la courbure locale plus importante rend le faisceau de lumière est plus diffus. Cette gamme de Stokes est particulièrement intéressante car elle se situe juste à la limite en dessous de la valeur de transition de rebond ( $St_c = 10$ ) mesurée expérimentalement pour une surface lisse [5].

Matériau	2a (mm)	$V_T(\text{mm.s}^{-1})$	Re	St	$V_0(\text{mm.s}^{-1})$	écart relatif avec $V_T$ (%)	$h_c(\mu\text{m})$	$\varepsilon_c$
acier	10.5	420.1	2.9	2.5	427.3	1.7	103.3	0.0197
acier	12.7	611.7	4.3	3.8	642.6	5.1	40.3	0.0064
acier	14	746.9	5.3	4.7	827.75	10.8	22.8	0.0033
acier	15	857.0	6.0	5.4	950.2	10.9	14.3	0.0019
acier	15.9	959.7	6.7	6.8	1068.9	11.4	9.1	0.0011
tungstène	8	522.6	2.8	4.9	612.4	17.2	12.5	0.0032

TABLE 4.1 – Résumé des vitesses terminales, du nombre de Reynolds  $Re$  et de Stokes  $St$ , de la vitesse d'adimensionnement  $V_0$  ainsi que des distances critiques  $h_c$  et  $\varepsilon_c$

## 4.2 Résultats expérimentaux

Nous présentons d'abord les résultats expérimentaux obtenus pour l'approche d'une sphère vers une lame de verre (surface quasi-lisse). Ces mesures ne sont pas nouvelles [39], mais elles ont pour but de valider le dispositif expérimental en explorant des valeurs de nombre de Stokes un peu plus grandes, et d'obtenir des courbes de référence. Ensuite, nous présentons les résultats pour la dynamique d'approche de surfaces texturées, ici des réseaux de micro-piliers à base carrée.

### 4.2.1 Approche d'une surface lisse

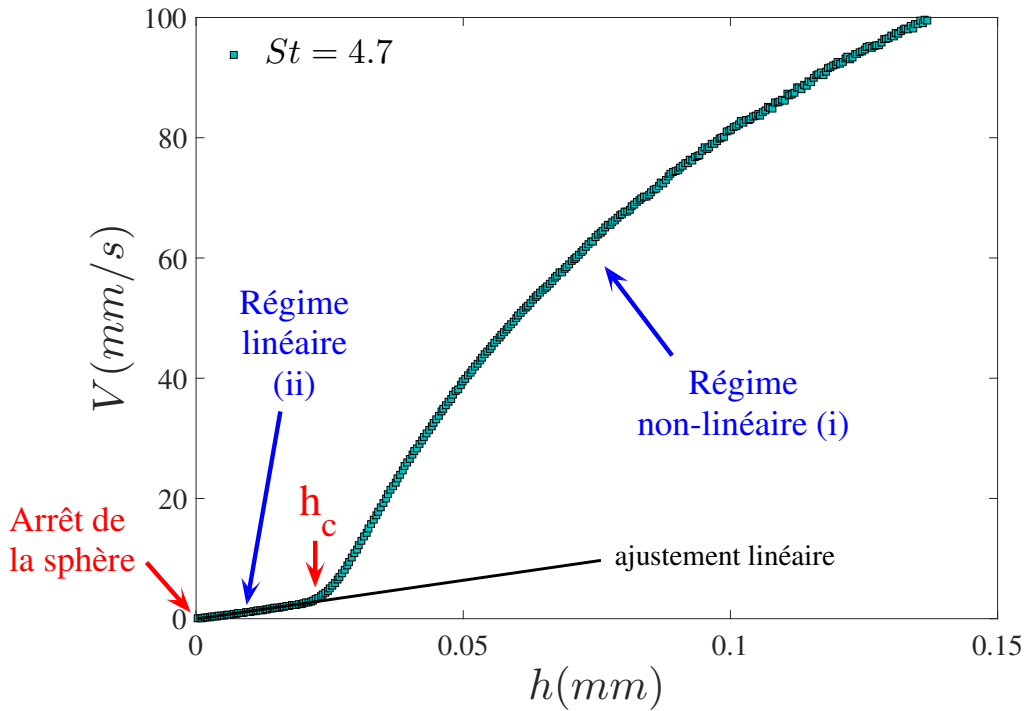


FIGURE 4.1 – Dynamique d'approche d'une surface lisse pour  $St = 4.7$  (sphère en acier,  $2a = 14$  mm, dans de l'huile V1000). Caractérisation des régimes linéaires et non-linéaire, et de la distance de transition  $h_c$ . La pente du régime linéaire est obtenue par régression linéaire.

Sur la Figure 4.1 est représentée la vitesse d'une sphère en acier de 14 mm de diamètre dans l'huile V1000, en fonction de la distance à une paroi lisse (lame de verre). Ceci correspond à un nombre de Stokes basé sur la vitesse terminale de  $St = 4.7$ . En raison des limites de détection du dispositif de mesure, la vitesse maximale mesurable est de  $100 \text{ mm.s}^{-1}$ , ce qui correspond à une distance de  $150 \text{ }\mu\text{m}$  de la paroi. La dynamique diffère clairement de celle obtenue précédemment à petit nombre de Reynolds (où la vitesse décroît linéairement avec la distance à la paroi jusqu'au contact). Ici, la décroissance de la vitesse au voisinage de la paroi est caractérisée par deux régimes. Le premier régime (i) ("loin" du contact) est non-linéaire, il correspond à l'équilibre des forces d'inertie et de lubrification, dans une région où l'inertie de la sphère est très grande devant les forces de gravité. Le deuxième régime (ii) ("proche" du contact) est linéaire, il résulte de l'équilibre entre les forces de gravité et de lubrification, dans une région où les forces d'inerties sont devenues

négligeables devant les forces de gravité [39]. Ce régime linéaire n'a pas été mis en évidence par d'autres techniques expérimentales. Nous soulignons ici l'importance du freinage par la force de lubrification : le temps caractéristique de freinage est de 1.5 ms. La transition entre les 2 régimes est nette, elle se produit à une distance  $h_c$ , définie comme la distance à partir de laquelle la courbe de vitesse dévie du régime linéaire. Après avoir ajusté ce régime par une droite en utilisant la méthode des moindres carrés, nous obtenons une vitesse caractéristique, notée  $V_0$ , définie par :  $V(h) = V_0 h/a$  dans ce régime. Les valeurs de  $h_c$  et de  $V_0$  sont reportées Tableau 4.1, avec l'écart relatif avec la vitesse terminale  $V_T$ , pour chaque expérience à  $St$  fixé.

Dans cet exemple pour lequel  $St < St_c$ , nous observons, comme prévu, une dynamique de collage de la sphère à la paroi ( $V = 0$  à  $h = 0$ ). C'est bien la présence du régime linéaire qui permet de finir de dissiper toute l'énergie cinétique et empêche la sphère de rebondir. Les Figures 4.2a et 4.2b montrent des résultats analogues pour plusieurs diamètres de sphère en acier ( $10.5 \text{ mm} \leq 2a \leq 15.9 \text{ mm}$ ) correspondant à  $2.5 \leq St \leq 6.8$ . On constate que l'extension spatiale du régime linéaire se réduit quand le nombre de Stokes augmente. Il est remarquable que les 2 régimes soient très bien définis. La distance critique décroît avec le nombre de Stokes (Figure 4.3) et atteint seulement  $9 \text{ } \mu\text{m}$  pour le plus grand diamètre ( $St = 6.8$ ), ce qui reste ici suffisant pour induire le collage.

La figure 4.2b représente la vitesse en fonction de la distance, en variables adimensionnelles. Ici, c'est la vitesse  $V_0$  qui est utilisée pour normaliser la vitesse de la bille. Nous remarquons (voir Tableau 4.1) que la valeur de  $V_0$  est toujours plus grande que  $V_T$  et l'écart relatif augmente avec le nombre de Stokes. L'écart reste faible pour  $St = 2.5$  (1.7 %) et atteint au maximum 12% pour le plus grand diamètre. L'origine physique de cette vitesse caractéristique  $V_0$  n'est pas encore bien claire.

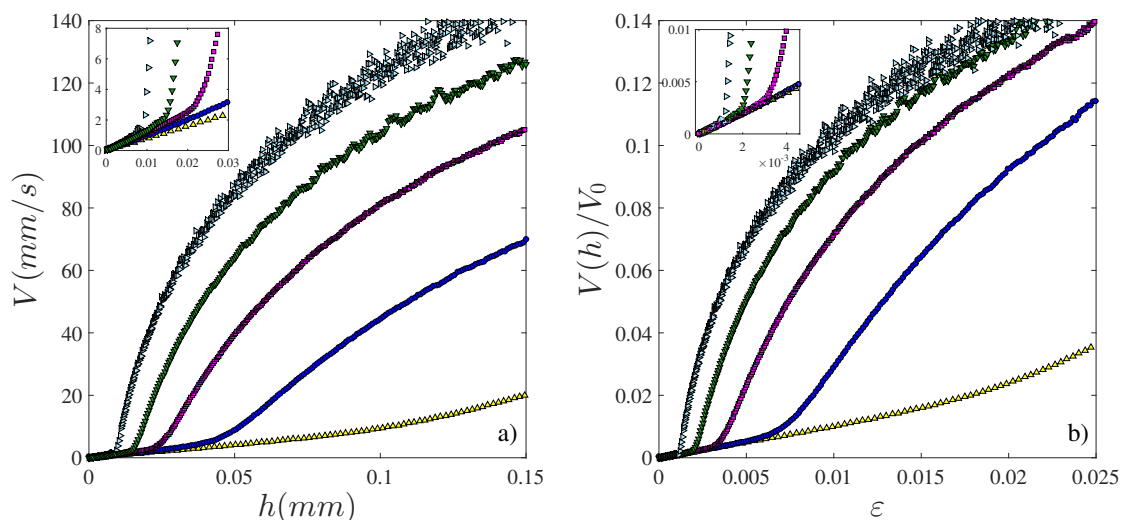


FIGURE 4.2 – Dynamique d'approche d'une surface lisse pour différents nombres de Stokes. De bas en haut :  $St = 2.5, 3.8, 4.7, 5.5, 6.8$  a) en variables dimensionnelles b) en variables adimensionnelles.  $V_0$  correspond à la vitesse de normalisation dans la région de lubrification, obtenue par régression linéaire.

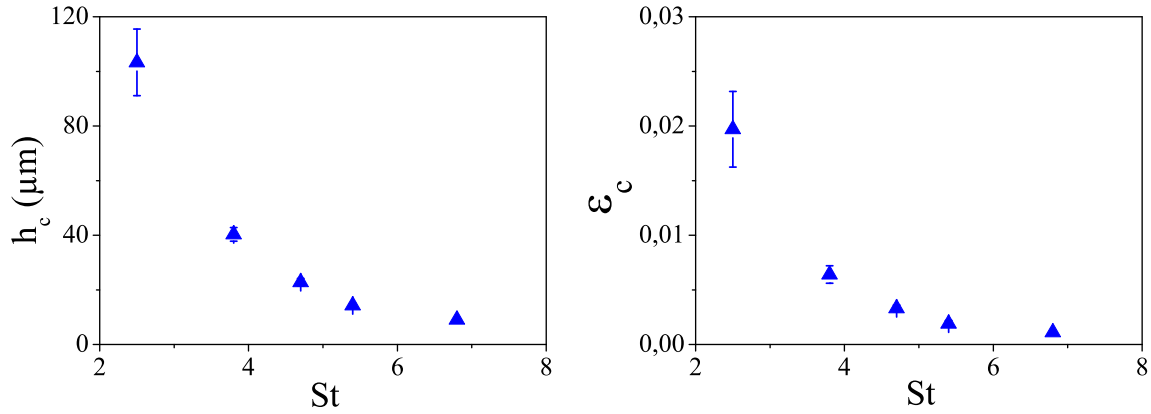


FIGURE 4.3 – Distance de transition entre 2 régimes en fonction du nombre de Stokes. A gauche : distance  $h_c$  en  $\mu\text{m}$ . A droite : distance de transition sans dimension  $\varepsilon_c = h_c/a$ .

#### 4.2.2 Approche d'une surface texturée

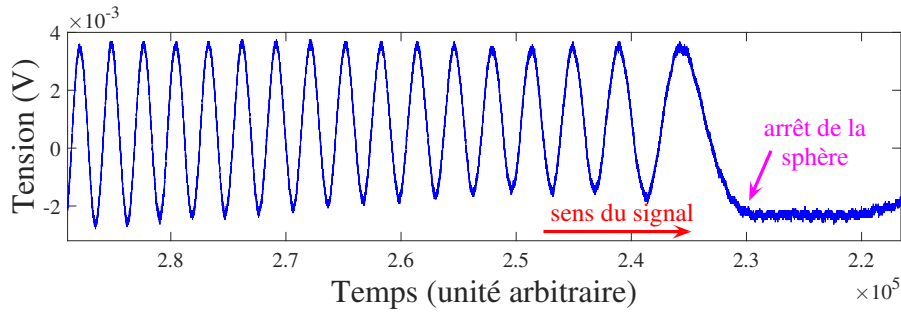


FIGURE 4.4 – Signal enregistré à l'oscilloscope pour l'arrivée d'une sphère en acier de diamètre  $2a = 10.5$  mm dans l'huile V1000 ( $St = 2.5$ ) sur une paroi texturée (micro-piliers de hauteur  $e = 89$   $\mu\text{m}$  et de fraction surfacique  $\Phi = 0.05$ ).

Les surfaces texturées utilisées ici sont celles qui comportent des micro-piliers carrés, dont on a fait varier la fraction surfacique et la hauteur sur une large gamme ( $0.05 \leq \Phi \leq 0.45$  et  $20 \mu\text{m} \leq e \leq 0.45 \mu\text{m}$ ). Un exemple de signal d'arrivée enregistré à l'oscilloscope d'une sphère de diamètre 10.5 mm sur une surface texturée pour  $e = 89 \mu\text{m}$  et  $\Phi = 0.05$  est présenté Figure 4.4. Comme dans le cas  $Re \ll 1$  près d'une texture, l'arrêt des oscillations se fait de manière très abrupte. Ici, l'échelle de temps d'arrêt est très courte et correspond à environ 2 ms. Dans cet exemple, le point d'arrêt de la sphère ne présente aucune ambiguïté.

La courbe de vitesse en fonction de la distance à la paroi associée à ce signal est montrée Figure 4.5. Notons que l'échelle spatiale est inférieure à 200  $\mu\text{m}$ . Rappelons aussi que la distance  $h$  est mesurée depuis le haut des textures (contact). Comme prévu, un premier effet des textures est d'augmenter localement la vitesse : celle-ci est toujours significativement supérieure à celle obtenue près une surface lisse. De plus, la dynamique d'approche se caractérise ici par 3 régimes distincts. On retrouve d'abord les régimes linéaire (région (i)) et non-linéaire (région (ii)) mis en évidence

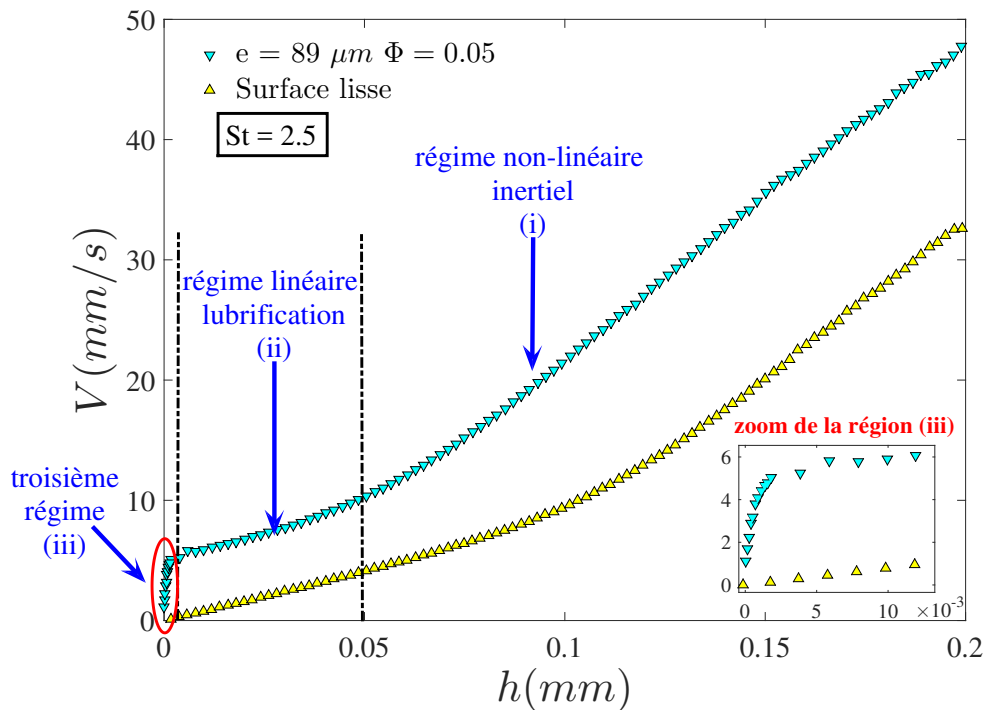


FIGURE 4.5 – Dynamique d’approche d’une paroi texturée à  $St = 2.5$ . Les textures sont des piliers carrés de hauteur  $e = 89 \mu m$  et de fraction surfacique  $\Phi = 0.05$ . L’approche d’une surface lisse au même  $St = 2.5$  est également présentée.

précédemment près d’une surface lisse pour la même valeur du nombre de Stokes. Comme on peut le voir sur la Figure 4.5, les courbes obtenues pour un même nombre de Stokes près d’une paroi lisse et texturée ont la même pente dans le régime linéaire (ii). Ce régime est donc caractérisé par la même vitesse  $V_0$  obtenue précédemment pour une paroi lisse avec la même bille (même nombre de Stokes). Enfin, un troisième régime est visible pour des distances à la paroi inférieure à quelques microns (région (iii)). Ce régime résulte de l’interaction de la sphère avec le pilier le plus proche, comme cela a été mis en évidence précédemment dans la dynamique d’approche d’une paroi texturée à  $Re \ll 1$ .

Nous étudions ensuite l’influence des divers paramètres expérimentaux sur la dynamique d’approche. Quelques remarques sur l’effet de la température sont faites en Annexe 5.7. Les résultats sont présentés sous forme de courbes de vitesse normalisée par  $V_0$ , vitesse caractéristique obtenue pour une surface lisse pour la même bille (même nombre de Stokes).

- **Influence du nombre de Stokes.** L’augmentation du nombre de Stokes pour des billes en acier, et pour une texture donnée, diminue très significativement l’extension spatiale du régime linéaire (ii). Dans certains cas, une quasi-disparition de ce régime est observée. Un exemple est montré Figure 4.6a pour un réseau de piliers de hauteur  $e = 20 \mu m$  et de fraction surfacique  $\Phi = 0.45$ . La distance de transition  $\varepsilon_c$  décroît de  $\varepsilon_c = 0.013$  pour  $St = 2.5$  à  $\varepsilon_c = 2.7 \cdot 10^{-4}$  pour  $St = 5.4$ . Cela correspond à une distance proche du micron. Pour  $St = 5.4$ , le régime linéaire (ii) n’est plus visible mais c’est le régime (iii) qui ralentit

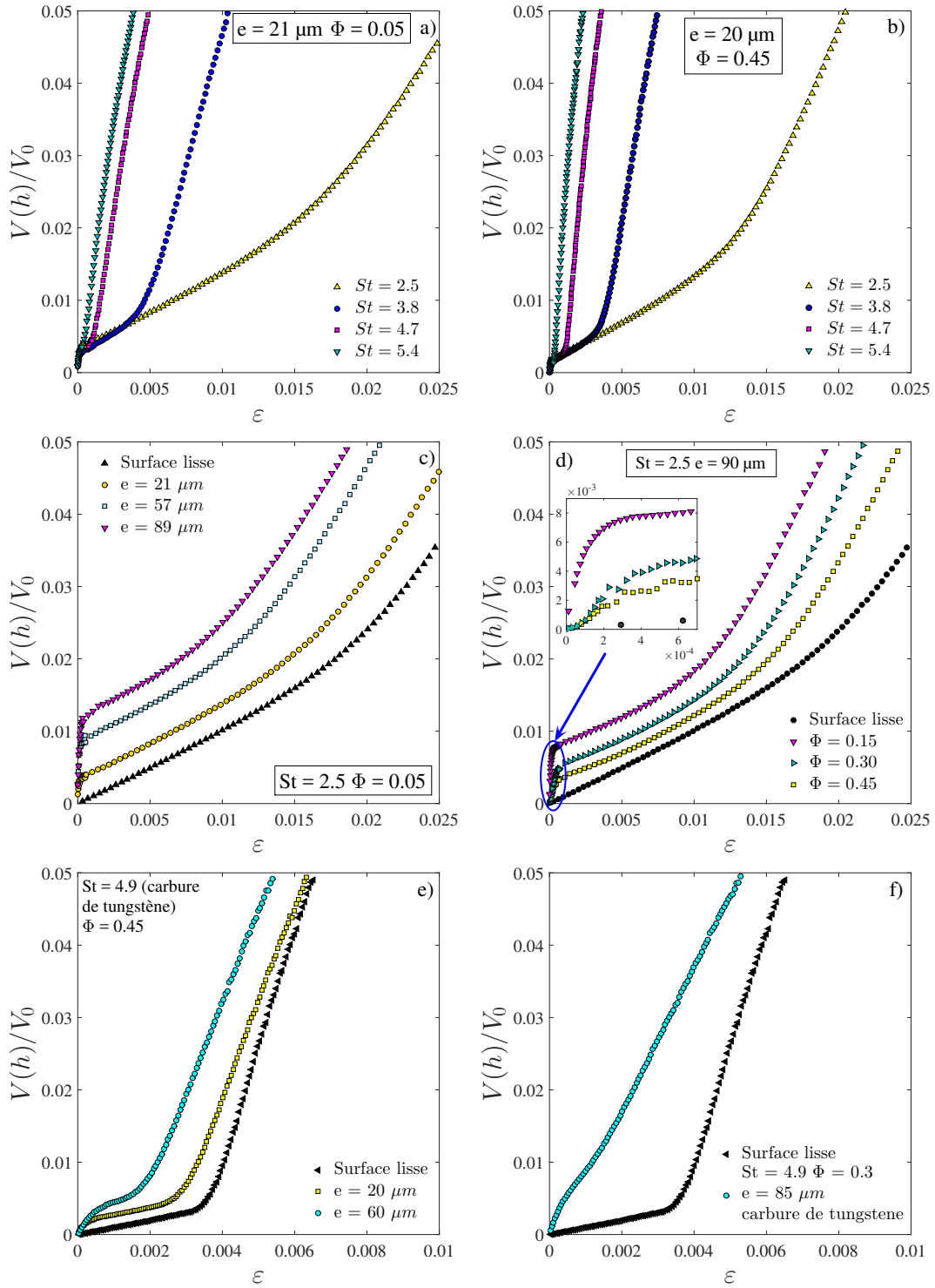


FIGURE 4.6 – Courbes adimensionnelles de la vitesse en fonction de la distance.  
 (a) (b) Influence du nombre de Stokes à  $e = 21 \mu m$   $\Phi = 0.05$ , et  $e = 20 \mu m$   $\Phi = 0.45$   
 (c) Influence de la hauteur des piliers à  $St = 2.5$  et  $\Phi = 0.05$   
 (d) Influence de la fraction surfacique de piliers à  $St = 2.5$  et  $e = 90 \mu m$   
 (e) et (f) Influence de la densité de la sphère pour différentes textures.

la bille juste avant le contact. La Figure 4.6b est un autre exemple de l'influence du nombre de Stokes à  $\Phi = 0.45$ .

- **Influence de la hauteur des piliers.** Sur la Figure 4.6c le nombre de Stokes et la concentration des piliers sont fixés ( $St = 2.5$  et  $\Phi = 0.05$ ). Pour une distance donnée, on constate une nette augmentation de la vitesse de la bille induite par l'augmentation de la hauteur des piliers. Par exemple, à une distance  $\varepsilon = 0.01$ , la vitesse de la bille est plus que doublée avec les piliers les plus hauts ( $e = 89 \mu m$ ). La conséquence de cette augmentation de vitesse est la diminution de l'extension du régime linéaire (ii).
- **Influence de la concentration de piliers.** Sur la Figure 4.6d le nombre de Stokes et la hauteur des piliers sont fixés ( $St = 2.5$  et  $20 \mu m$ ). Une nette augmentation de la vitesse de la bille est obtenue en diminuant la fraction surfacique des piliers. On remarque également la diminution de l'extension du régime linéaire quand la concentration des piliers diminue. Un zoom proche de la paroi paroi ( $\varepsilon < 0.0006$ ) montre que la décroissance rapide de la vitesse dans le régime (iii).
- **Influence de la densité de la sphère** Nous avons changé la densité de la sphère en utilisant une sphère en carbure de tungstène (Figures 4.6e et f). Le nombre de Stokes correspondant vaut  $St = 4.9$ . Les mêmes tendances que pour les sphères en acier sont observées. La Figure 4.6f montre un exemple où l'inertie de la sphère est assez grande pour supprimer complètement le régime linéaire (ii), mais le troisième régime (iii) subsiste pour assurer le collage de la bille à la paroi.

### 4.2.3 Conclusion sur les résultats expérimentaux

En résumé, l'ensemble des résultats expérimentaux montre que lorsqu'une sphère s'approche d'une paroi texturée à  $Re$  et  $St$  de l'ordre de l'unité, sa vitesse est toujours supérieure à celle obtenue à la même distance d'une surface lisse. De plus, la dynamique d'approche comprend 3 régimes distincts qui résultent de la compétition entre les forces d'inertie et de freinage visqueux. Ce freinage a deux contributions : celle due à la texture dans son ensemble (régime (ii)) lorsque la distance est grande devant la taille des piliers, puis celle due à un pilier individuel (régime (iii)) lorsque la distance devient de l'ordre de la taille des piliers. En particulier, l'augmentation de la vitesse de la sphère s'accompagne d'une diminution de l'étendue du régime linéaire (ii), qui peut être obtenue par différents moyens :

- en augmentant le nombre de Stokes (en augmentant le diamètre ou la densité de la sphère)
- en augmentant la hauteur des piliers
- en diminuant la fraction surfacique des piliers

Ainsi, une combinaison de ces stratégies permet d'augmenter très efficacement la vitesse locale de la sphère et de rapprocher le régime inertiel (ii) de la paroi.

## 4.3 Modélisation

### 4.3.1 Formulation du modèle

Pour décrire la dynamique d'une sphère proche d'une paroi texturée, nous proposons de reprendre le modèle développé à  $St$  modéré pour une surface lisse [39], en y incorporant l'effet de la texture. Comme le montrent les expériences, cet effet est analogue à celui observé dans le cas où  $Re \ll 1$ . Ceci est cohérent avec un nombre de Reynolds local basé sur la distance  $h_c$  et la vitesse  $V(h = h_c)$  qui, dans la zone de lubrification, devient petit devant l'unité ( $Re \simeq O(10^{-2})$ ). Par conséquent, nous supposons que la modification de la force de traînée par la texture dépend de la distance à la paroi :

- sur des distances  $b < h < a$ , la force de Taylor est modifiée selon le modèle semi-empirique du chapitre 3 (équation (3.2)), qui utilise une longueur de décalage  $s_0$  et aussi un changement de pente  $p$  mesurés à  $Re \ll 1$ .
- sur des distances inférieures au rayon  $b$  des piliers, la force de traînée résulte de l'interaction de lubrification entre 2 disques de rayon  $b$  (équation (3.26) du chapitre 3).

Nous écrivons donc l'équation du mouvement de la sphère sous la forme :

$$m_s \frac{dV(h)}{dt} = -6\pi\mu a V(h) \left( \underbrace{\frac{a}{ph + s_0} \frac{V_{St}}{V_0}}_{(1)} + \underbrace{\frac{1}{4} \left(\frac{b}{a}\right)^4 \left(\frac{a}{h}\right)^3}_{(2)} \right) + \frac{4}{3}\pi a^3 (\rho_s - \rho_f) g \quad (4.2)$$

Dans l'équation (4.2), l'effet de la texture sur la force de traînée est contenu dans les termes (1) et (2), qui concernent des échelles spatiales différentes. Ces termes sont identiques à ceux modélisés à petit nombre de Reynolds près de la même texture. Il est à noter que la seule différence réside dans la présence du terme correctif  $V_{St}/V_0$ , qui a pour but d'ajuster le modèle sur le régime linéaire (ii) et dont la vitesse caractéristique est ici  $V_0$  (et non  $V_{St}$  comme dans le cas  $Re \ll 1$ ). L'influence des effets inertiels dans le fluide sur la force de traînée est donc négligée, en raison d'un nombre de Reynolds local qui devient petit près de la paroi. L'instationnarité du mouvement du fluide, due à l'évolution temporelle de la distance de la sphère à la paroi, est négligée également. Enfin, nous ne prenons pas en compte de la force de masse ajoutée : le rapport des densités  $\rho_f/\rho_s$  étant faible (0.06 ou 0.13 selon la densité de la sphère).

L'équation (4.2) est ensuite normalisée avec les paramètres suivants :

$$\varepsilon = \frac{h}{a} \quad \tau = t \frac{V_0}{a} \quad V = V_0 \varepsilon \quad (4.3)$$

avec  $\tau$  un temps caractéristique basé sur la vitesse  $V_0$ . Cela conduit à l'équation différentielle :

$$-St_0 \frac{d^2\varepsilon}{d\tau^2} = \left[ \frac{1}{p\varepsilon + \frac{s_0}{a}} + \frac{1}{4} \left(\frac{b}{a}\right)^4 \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^3 \right] \frac{d\varepsilon}{d\tau} + 1 \quad \text{avec} \quad St_0 = \frac{\rho_p [V_0]^2}{(\rho_p - \rho_f)ga} \quad (4.4)$$

Dans l'équation (4.4),  $St_0$  est un nombre de Stokes basé sur la vitesse  $V_0$ .



### 4.3.2 Comparaison du modèle avec expériences

L'équation (4.4) est résolue numériquement sous Matlab. Les conditions initiales sont prises directement sur les courbes expérimentales, au début du régime inertiel.

#### Surface lisse

L'approche d'une surface lisse est modélisée par  $s_0 = 0$ ,  $p = 1$  et  $b = 0$  [39]. Les résultats du modèle sont tracés en variables dimensionnelles (Figure 4.7a) et adimensionnelles (Figure 4.7b), pour chaque expérience. On voit que l'accord avec les expériences est très bon, en particulier le changement de régime de (i) à (ii) est bien décrit.

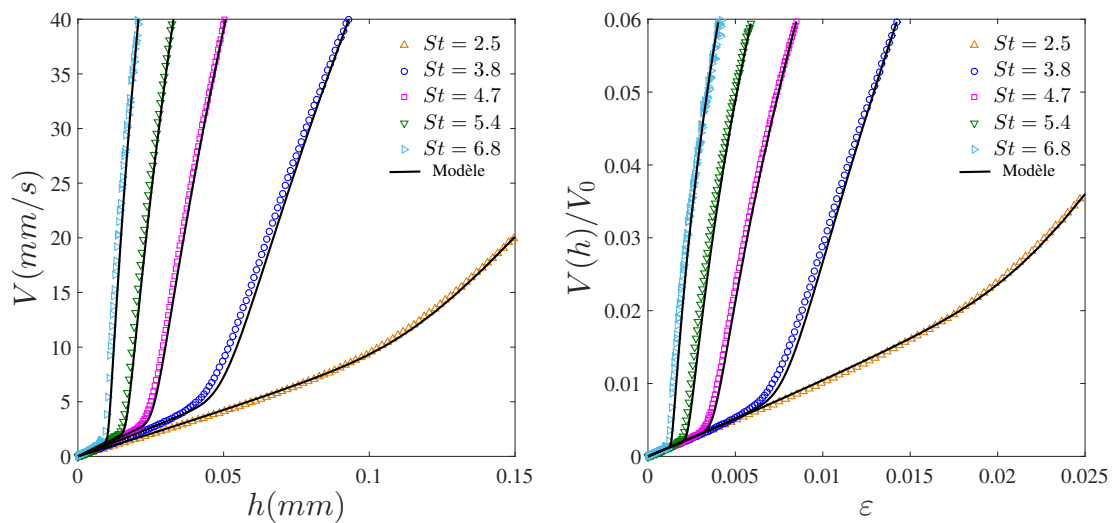


FIGURE 4.7 – Application du modèle issu de [39] (trait plein) sur les expériences présentées Figures 4.2a et b en variables dimensionnelles (a) et adimensionnelles (b). Les conditions initiales sont prises sur les courbes expérimentales.

#### Surfaces texturées

Pour une surface texturée, le modèle requiert les paramètres suivants. La vitesse  $V_0$  est la même que celle mesurée près d'une surface lisse avec la même bille. Les paramètres de la texture sont :  $s_0$ , la longueur de décalage mesurée à  $Re \ll 1$  près de la même texture, et  $b$  le rayon des piliers. Le coefficient directeur  $p$  est pris égal à 1 par souci de simplification. Une série de comparaisons entre le modèle et les expériences est présentée sur les Figures 4.9(a-f). L'accord est généralement bon, en particulier pour les réseaux de piliers dilués (4.9a et c) : le modèle décrit la variation logarithmique de la vitesse dans le régime inertiel (i), le régime de lubrification linéaire (ii) durant lequel la sphère est fortement ralentie, et enfin le troisième régime (iii) dû à l'interaction hydrodynamique avec un pilier. Le modèle rend bien compte de l'extension spatiale de ces régimes, ainsi que de leurs niveaux de vitesse. Le choix de prendre  $p = 1$  semble judicieux pour décrire le régime (ii) dans la grande majorité des cas. Pour certaines courbes (par exemple Figure 4.9d), la

distance  $\varepsilon_c$  de transition entre le régime visqueux au régime inertiel est surestimée, avec un écart qui est au maximum de 9%.

Cependant, la limite du modèle est atteinte lorsque la hauteur des piliers est grande ( $e \geq 90 \mu m$ ) et leur fraction surfacique élevée. Sur la Figure 4.9e, le régime linéaire (ii) expérimental est très peu étendu. Or il est mal décrit par le modèle qui surestime la vitesse pour les réseaux de piliers les plus concentrés. En prenant les valeurs de  $p < 1$  mesurées au chapitre 3 (Figure 4.8) pour ces textures, l'accord est meilleur dans le régime linéaire, mais la vitesse dans le régime inertiel est alors sous-évaluée. Ceci montre que pour ces textures, la force de traînée doit être modélisée par une forme plus sophistiquée que celle choisie ici. Par exemple, un paramètre  $s_0(h)$  dépendant de la distance  $h$  permettrait d'ajuster au mieux les courbes de vitesse obtenues dans le cas  $Re \ll 1$ , et peut-être d'améliorer alors la description des courbes obtenues à nombre de Reynolds modéré. Ceci n'a pas été testé faute de temps.

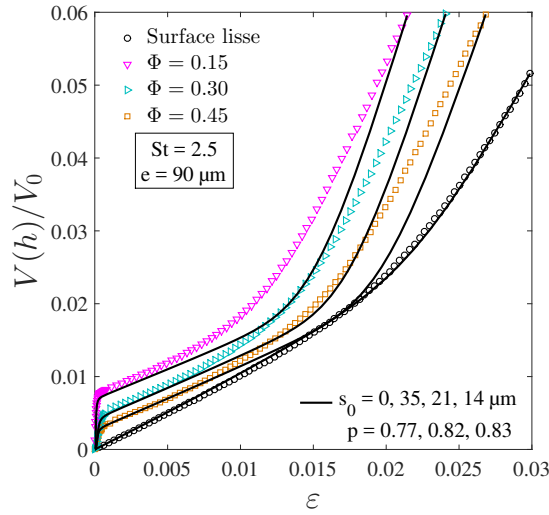


FIGURE 4.8 – Confrontation du modèle (trait plein noir) issu de l'équation (4.4) avec la valeur des pentes  $p$  extraites dans le cas  $Re \ll 1$  pour ??a.

## 4.4 Conclusion : du collage au rebond

Dans ce chapitre, nous avons présenté des mesures résolues en espace et en temps, de la vitesse d'une sphère lorsqu'elle s'approche d'une paroi texturée à nombres de Stokes et de Reynolds modérés. Nous nous sommes limités à des réseaux de micro-piliers à base carrée. Nous avons caractérisé une dynamique d'approche conduisant au collage de la sphère sur la paroi, et qui comporte trois régimes. Ces régimes sont bien identifiés comme résultant de la compétition des forces d'inertie et de freinage visqueux dans la région de lubrification ( $h \ll a$ ).

Pour décrire cette dynamique, nous avons modifié le modèle développé dans le cas de l'approche d'une surface lisse à  $St$  et  $Re$  modérés, pour tenir compte de l'effet de la texture. Malgré sa simplicité, ce modèle permet de reproduire les niveaux de vitesse et les extensions spatiales des trois régimes.

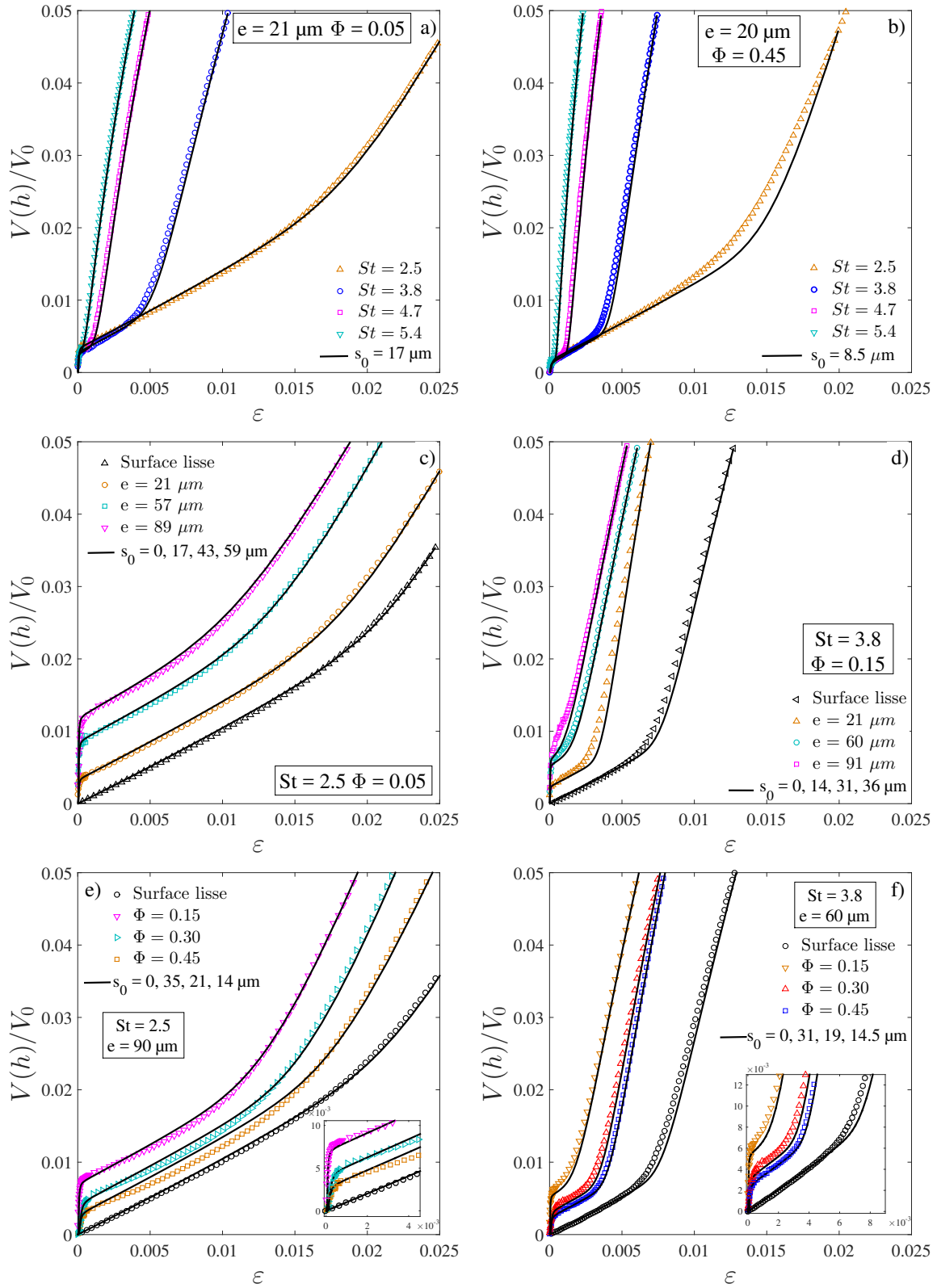


FIGURE 4.9 – Approche d’une sphère vers une paroi texturée à  $Re = O(1)$ . Expériences et modélisation (trait plein) issu de l’équation (4.4)

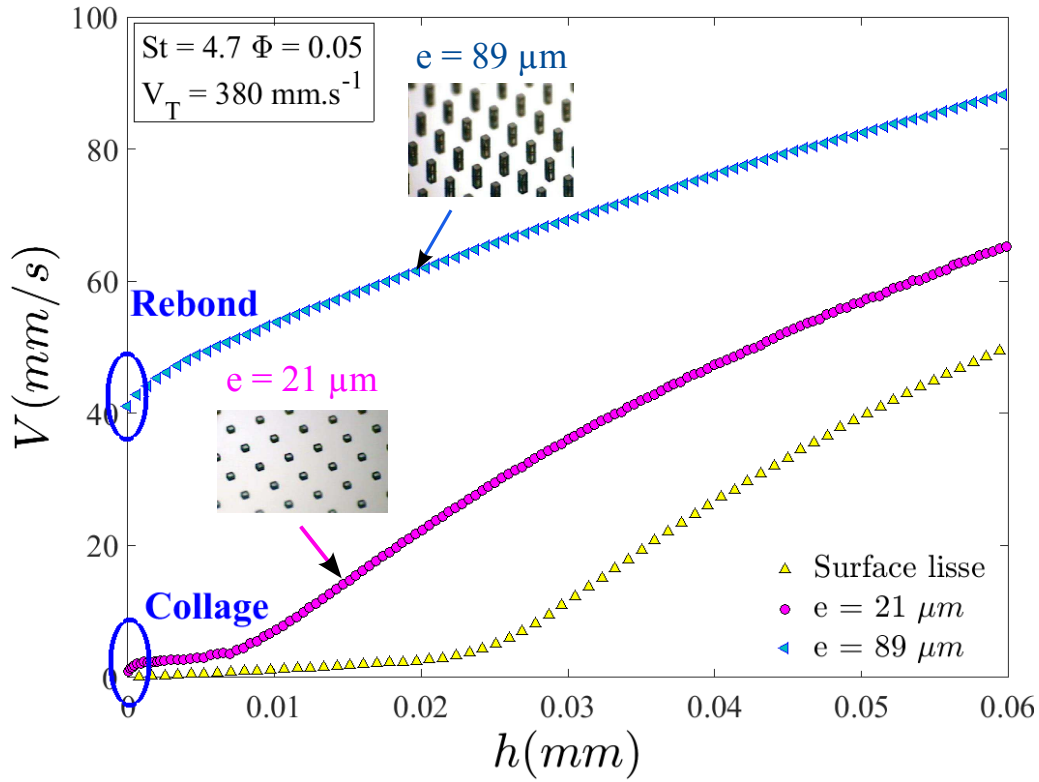


FIGURE 4.10 – Vitesse d’une sphère ( $2a = 14$  mm, acier) en fonction de sa distance à la paroi pour 3 hauteurs de piliers différentes ( $e = 0, 21, 89 \mu m$ ) à  $\Phi = 0.05$  (piliers à base carrée).

Nous nous sommes limités à des situations de dynamique de collage de la sphère à la paroi. Mais nous avons montré que l’effet essentiel de la texture, qui est d’augmenter la vitesse de la sphère, conduit à une modification spatiale du rapport de forces qui prévaut près d’une surface lisse. La figure 4.10 présente la vitesse d’une sphère en acier ( $2a = 14$  mm) s’approchant de parois texturées ayant la même fraction surfacique de piliers (ici, cette fraction est petite :  $\Phi = 0.05$ ), mais différentes hauteurs de piliers ( $e = 0, 21, 89 \mu m$ ). Pour la plus grande hauteur de piliers ( $e = 89 \mu m$ ) l’augmentation de vitesse est telle que les deux régimes de lubrification (ii) et (iii) disparaissent au profit du seul régime inertiel (i). La sphère entre alors en collision avec le haut des piliers à une vitesse non-nulle, ce qui lui permet de rebondir. La dynamique de rebond qui s’ensuit fait l’objet du chapitre suivant.

Dans le régime inertiel (i), l’équation (4.2) se réduit à l’équilibre entre les forces d’inerties et la force de freinage visqueux sur la sphère. On conserve donc uniquement les deux premiers termes. L’intégration conduit à une variation logarithmique de la vitesse [8] :

$$\frac{V(h)}{V_T} = 1 - \frac{1}{St} \frac{V_{St}}{V_0} \ln \left( \frac{a + s_0}{h + s_0} \right) \quad (4.5)$$

où l’on a pris comme condition à la limite [40]  $V(h = a) = V_T$ . La transition de rebond est obtenue lorsque la vitesse de la sphère s’annule à la paroi ( $V(h = 0) = 0$ ), ce qui donne un nombre de Stokes de transition :

$$St_c = \frac{V_{St}}{V_0} \ln \left( \frac{a + s_0}{s_0} \right) \simeq \frac{V_{St}}{V_0} \ln \left( \frac{a}{s_0} \right) \quad (4.6)$$

Ce critère est analogue à celui établi pour des surfaces rugueuses [8] [40], où une taille caractéristique des rugosités est utilisée. Ici, le nombre de Stokes de transition est contrôlé plus précisément par le paramètre de texture  $s_0$ , qui rend compte de la modification effective de la traînée par la texture. De plus, la vitesse  $V_0$  intervient d'autant plus que la vitesse terminale  $V_T$  est grande. Ce critère sera testé dans le chapitre suivant.

# Chapitre 5

## Collision et micro-rebond sur surfaces texturées

### Contents

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>97</b>
<b>5.2</b>	<b>Détection du rebond</b>	<b>98</b>
<b>5.3</b>	<b>Caractérisation des micro-rebonds</b>	<b>99</b>
5.3.1	Courbes typiques et mesures des paramètres caractéristiques	99
5.3.2	Valeurs de $V_i$ , $V_r$ , $\delta_{max}$ , $\tau_c$ et du coefficient de restitution $V_r/V_i$	102
<b>5.4</b>	<b>Modèle de contact élastique : théorie de Hertz modifiée</b>	<b>106</b>
5.4.1	Modélisation de l'enfoncement $\delta(t)$ et du temps de contact $\tau_c$	106
5.4.2	Confrontation du modèle avec les expériences pour $\delta(t)$ , $\delta_{max}$ et $\tau_c$	109
<b>5.5</b>	<b>Modélisation de <math>\delta_{max}</math> avec dissipation</b>	<b>111</b>
<b>5.6</b>	<b>Sources de dissipation de l'énergie</b>	<b>115</b>
<b>5.7</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>116</b>

### 5.1 Introduction

Ce chapitre est consacré au rebonds de sphères sur des surfaces texturées. Nous nous limitons à des textures composées de réseaux de micro-piliers à base carrée. La gamme de Stokes explorée est la même que dans le chapitre 4 ( $2 < St < 7$ ). Dans ce chapitre 4, nous avons montré que, pour un Stokes fixé, différents types de dynamiques peuvent être obtenues dans la région proche de la paroi selon la géométrie du réseau de piliers. Notamment, on peut passer d'une dynamique de collage à une dynamique de rebond, par exemple en augmentant la hauteur des piliers (Figure 4.10). L'objectif de ce chapitre est d'analyser ces situations de rebond. Nous verrons d'abord comment le déclenchement du rebond peut être contrôlé en jouant sur les paramètres géométriques du réseau de piliers. Nous détaillerons ensuite la dynamique de ces micro-rebonds et les grandeurs que nous mesurons pour les caractériser, notamment l'enfoncement de la sphère dans les piliers, et le coefficient de restitution microscopique. Cette dynamique sera enfin décrite par un modèle de contact élastique, puis par un modèle prenant en compte la dissipation dans la texture.

## 5.2 Détection du rebond

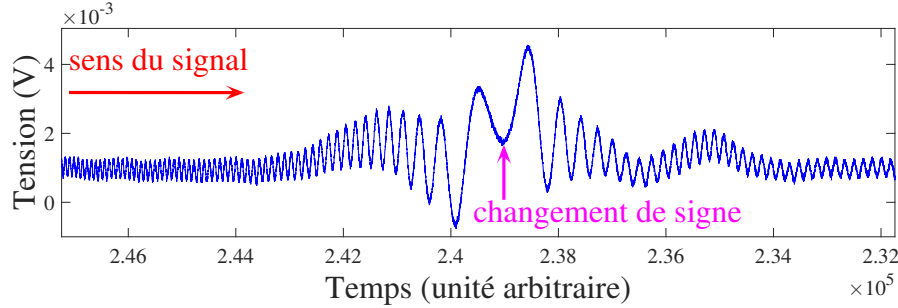


FIGURE 5.1 – Détection d'un collision avec rebond sur le signal interférométrique

Pour les dynamiques de collage de la sphère sur une surface texturée à  $Re \simeq 0$  ou  $Re \simeq 1$ , le signal d'arrivée se caractérise par une diminution de la fréquence, correspondant au ralentissement de la sphère, et une augmentation de l'amplitude des oscillations avant l'arrêt complet de celles-ci (3.1). La sphère est alors immobile sur le haut des piliers. Cependant dans certains cas, nous avons observé un comportement différent : la fréquence diminue, l'amplitude augmente mais une fois le maximum d'amplitude atteint, la fréquence augmente de nouveau progressivement (Figure 5.1). Ce phénomène de compression-dilatation des franges d'interférences apparaît au minimum 2 fois et correspond à un changement de direction de la bille : c'est la signature d'un rebond. La sphère s'approche de la paroi et sa vitesse s'annule une première fois au contact des piliers. La sphère remonte ensuite et atteint sa position maximale de rebond à vitesse nulle (position haute correspondant au maximum d'amplitude des franges), et redescend avant de s'immobiliser sur le haut des piliers.

Un bilan des occurrences de rebond est présenté Figure 5.2 sous la forme de diagrammes de phase. Trois valeurs de fraction surfacique des piliers ont été choisies  $\Phi$  (0.05, 0.15 et 0.3), pour chacune d'elles la hauteur des piliers a été variée entre 20 et 100  $\mu\text{m}$ . Par ces diagrammes, nous montrons qu'il est possible, pour une densité surfacique fixée et un nombre de Stokes fixé, de déclencher un rebond en augmentant le rapport d'aspect des piliers. Ceci est dû à l'augmentation de la vitesse de la sphère près de la paroi. Ces diagrammes définissent donc un Stokes critique qui dépend à la fois de  $\Phi$  et du rapport  $e/b$ . La surface la plus favorable pour obtenir un rebond, c'est à dire celle pour laquelle le rebond est obtenu à partir d'un nombre de Stokes le plus petit, est celle qui comporte la plus faible fraction de piliers ( $\Phi = 0.05$ ) et le plus grand rapport d'aspect ( $e/(2b) \simeq 2.5$ ). En effet, cette surface maximise l'augmentation de la vitesse proche paroi. Pour une telle surface, le Stokes critique peut être diminué jusqu'à  $St_c = 3.8$  ce qui est significativement en dessous la valeur  $St_c \simeq 10$  obtenue pour une surface lisse. Lorsque la fraction surfacique  $\Phi$  augmente, ou la hauteur des piliers diminue, le Stokes critique augmente également.

Ces diagrammes de phase peuvent aussi être représentés en fonction du rapport  $s_0/a$  avec  $s_0$  le paramètre de texture mesuré au Chapitre 3 (section 3.1.3) et qui rend compte de la diminution de la force de traînée dans la région (ii) où  $b \leq h \leq L$ . On constate que le Stokes critique de rebond est peu dépendant de  $\Phi$  mais seulement de  $s_0/a$  ce qui montre que ce rapport est un critère pertinent

pour déterminer la transition de rebond à un nombre de Stokes fixé. Dans cette représentation, nous avons aussi tracé la courbe  $St = \ln(a/s_0)$  qui correspond à une approximation du Stokes critique obtenu par le modèle de l'équation (4.6). Cette courbe ne passe pas très loin de la frontière expérimentale ce qui ouvre des perspectives intéressantes qu'il faudrait confirmer avec plus de points expérimentaux et une prise en compte du rapport  $V_{St}/V_0$  dans le Stokes critique.

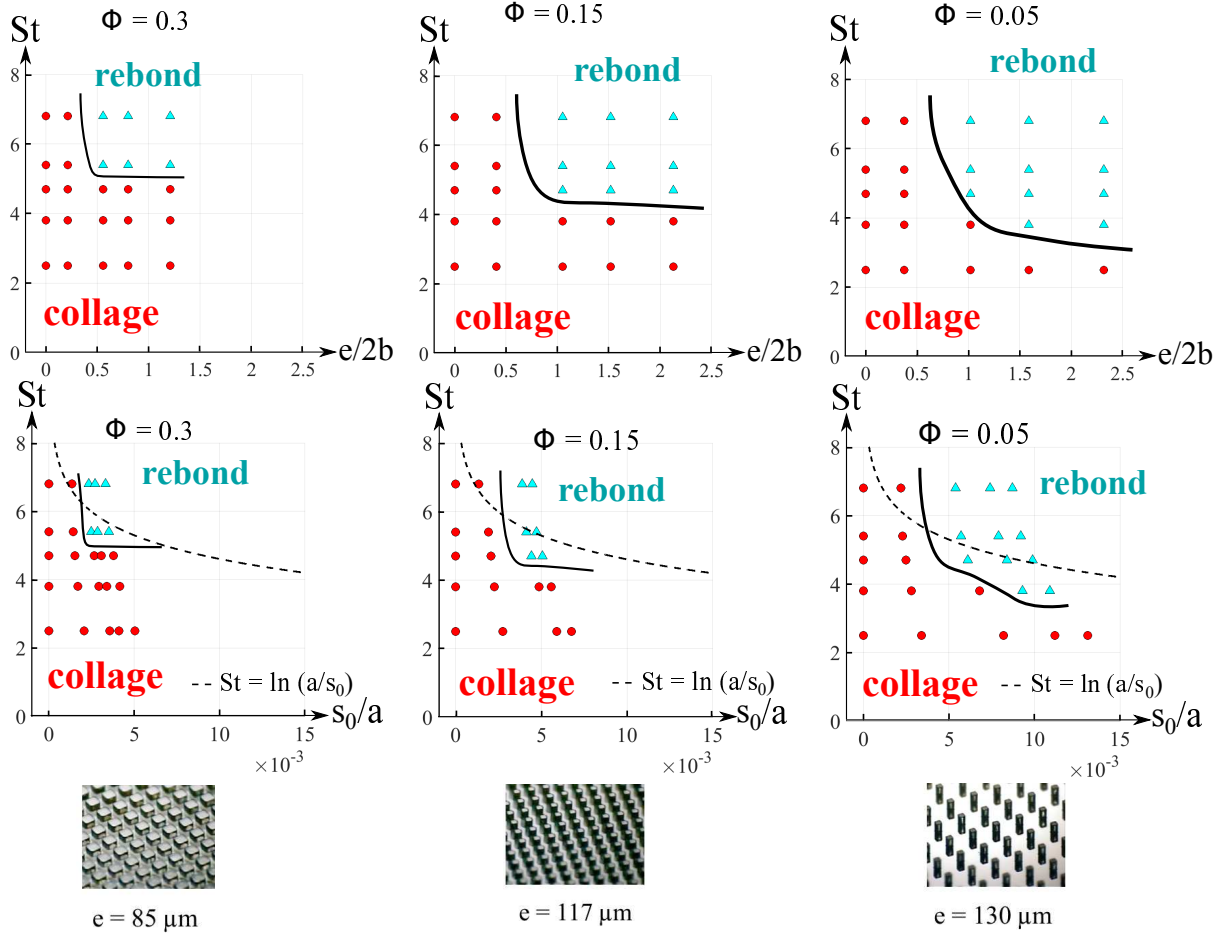


FIGURE 5.2 – Transition de rebond dans un diagramme Nombre de Stokes-Rapport d'aspect des piliers  $e/(2b)$  pour 3 fractions surfaciques ( $\Phi = 0.3, 0.15, 0.05$ ). Transition de rebond dans un diagramme Nombre de Stokes-Rapport  $s_0/a$ . Collage de la sphère (●), rebond (▲). — — — Modèle de l'équation (4.6)

## 5.3 Caractérisation des micro-rebonds

### 5.3.1 Courbes typiques et mesures des paramètres caractéristiques

Dans cette section, nous détaillons le protocole établi pour l'obtention des valeurs caractéristiques du rebond, c'est à dire, l'enfoncement maximal dans les piliers  $\delta_{max}$ , le temps de contact  $\tau_c$ , la vitesse d'impact  $V_i$  et la vitesse maximale de rebond  $V_r$ . Nous prenons pour exemple une collision dans l'huile 47V1000 entre une sphère en acier de diamètre  $14 mm$  ( $St = 4.7$ ) et des micro-piliers de hauteurs  $60 \mu m$  et de densité  $\Phi = 0.15$ .



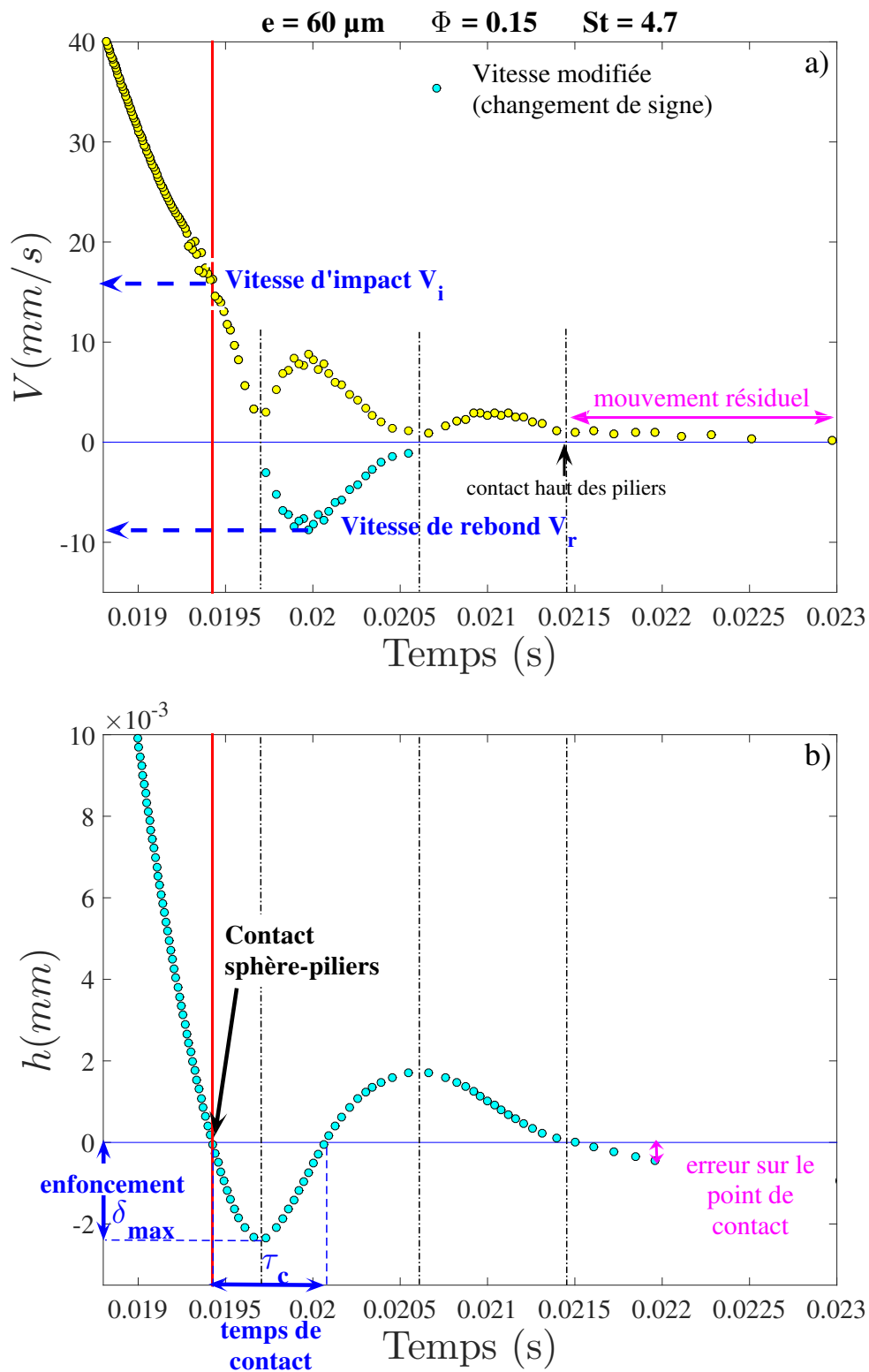


FIGURE 5.3 – a) Vitesse de la sphère en fonction du temps. (●) : signal non modifié, (●) signal modifié après changement de signe. Vitesse d'impact  $V_i$  et vitesse de rebond  $V_r$  b) Position de la sphère en fonction du temps : enfoncement  $\delta$  et temps de contact  $\tau$ .

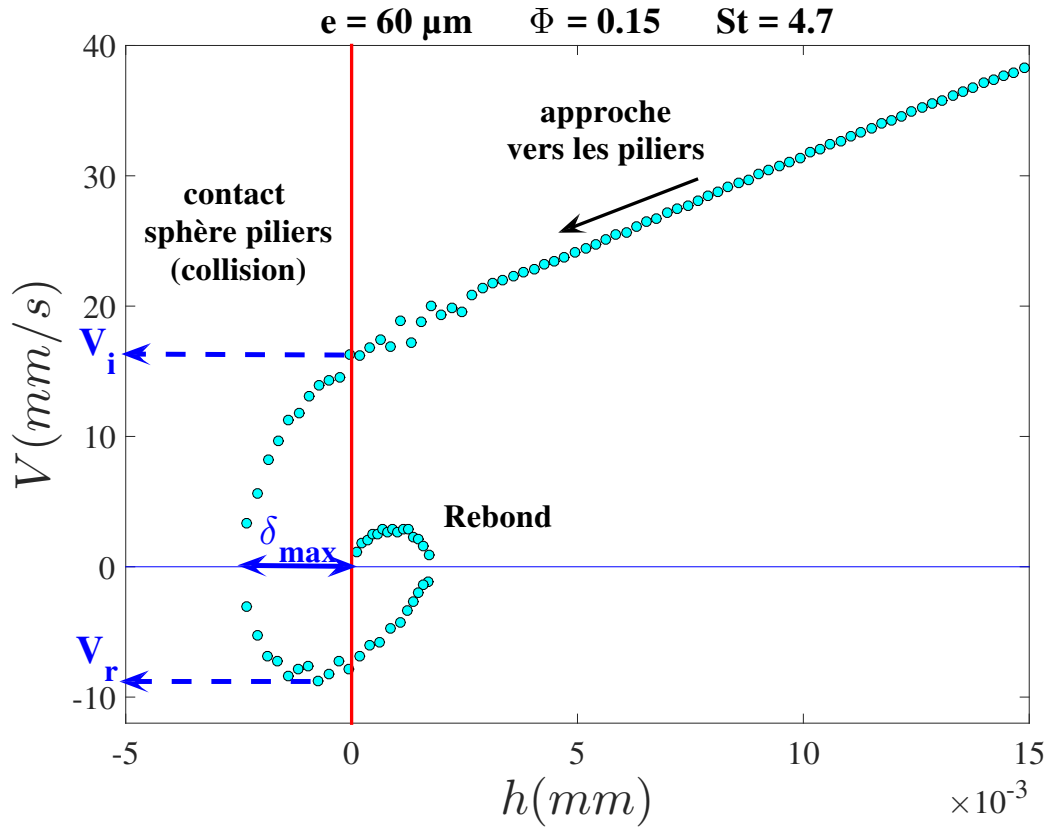


FIGURE 5.4 – Vitesse en fonction de la position

Sur la Figure 5.3a, la vitesse de la sphère décroît au cours du temps jusqu'à une vitesse quasi-nulle avant d'accélérer de nouveau et d'atteindre une vitesse maximale (Figure 5.3a). Ce phénomène apparaît une seconde fois avec une amplitude plus petite. Ce tracé correspond à la valeur absolue de la vitesse (point jaune ●). Entre les 2 points de vitesses nulles, nous repérons alors sur le signal interférométrique (Figure 5.1) les collisions provoquant un changement de direction de la sphère, et la vitesse est ensuite retracée en prenant en compte ses changements de signe (point cyan ●). Dans notre représentation, la vitesse de la sphère est positive lorsqu'elle s'approche de la paroi et négative lorsqu'elle s'en éloigne.

La détection du point d'arrêt de la sphère est plus délicate : dans certains cas les franges continuent de défiler avant de s'arrêter définitivement. Nous attribuons cela à un mouvement résiduel de la sphère, qui peut par exemple tourner pour se caler entre les piliers. L'expérimentateur choisit donc le point d'arrêt définitif de la sphère avec une erreur sur la position correspond à une dizaine de franges maximum. Une fois le changement de signe effectué, la vitesse est intégrée pour obtenir la position de la sphère en fonction du temps (Figure 5.3b). Dans ce graphe, nous fixons la position de repos de la sphère  $h = 0$  au point d'arrêt choisi précédemment, qui correspond donc au sommet des piliers.

Sur la Figure 5.3b, la sphère entre en contact avec les piliers une première fois ( $h = 0$ ) au temps  $t = 0.0194$  s, qui correspond, sur la Figure 5.3a) à une vitesse d'impact  $V_i$ . On peut re-

marquer qu'à cet instant, la vitesse subit un changement de pente brutal. L'enfoncement de la sphère dans les piliers commence alors ( $h < 0$ ). Ensuite, la vitesse s'annule sur la Figure 5.3a) lorsque l'enfoncement  $\delta$  de la sphère dans les piliers atteint sa valeur maximale (négative) sur la Figure 5.3b) : dans cet exemple,  $\delta_{max} = 2.4 \mu m$ . Puis, la vitesse change de signe (remontée) et atteint sa valeur maximale (en valeur absolue) qui est la vitesse de rebond  $V_r$ . Soulignons que  $V_r$  est inférieure à  $V_i$  (dans cet exemple  $V_i = 16.2 \text{ mm.s}^{-1}$  et  $V_r = 8.79 \text{ mm.s}^{-1}$ ) ce qui indique une dissipation d'énergie lors de l'impact. Remarquons également qu'ici  $V_r$  est atteinte alors que la sphère est encore dans les piliers ( $h < 0$ ). Dans cet exemple la vitesse maximale de rebond est atteinte environ  $1 \mu m$  depuis le haut des piliers. Le temps de contact  $\tau_c$  représente la durée pendant laquelle la sphère est en contact avec les piliers ( $h < 0$ ) : dans cet exemple,  $\tau_c = 0.63 \text{ ms}$ . Enfin, la trajectoire de la sphère se termine, avec une vitesse qui change de signe au moment où la sphère commence sa deuxième et (ici) dernière retombée vers la paroi.

Sur la Figure 5.4, la vitesse de la sphère est tracée en fonction de la position. Cette représentation est caractérisée par une courbe en forme de spirale ("escargot") dont l'ordonnée à l'origine à  $h = 0$  détermine la frontière entre la collision dans les piliers solides ( $h < 0$ , à gauche du trait plein rouge) et la dynamique dans le fluide ( $h > 0$ , à droite du trait plein rouge). Elle a l'avantage de faire apparaître clairement les quantités de  $V_i$ ,  $V_r$  et  $\delta$ .

D'autres exemples de résultats sont montrés Figures 5.5 5.6 5.7. Ils montrent en particulier l'influence de la hauteur à  $St = 4.7$  et  $\Phi = 0.05$  (5.5), l'influence de la densité de la sphère (carbure de tungstène) à  $St = 4.9$  et  $\Phi = 0.15$  et l'influence du nombre de Stokes à  $e = 130 \mu m$  et  $\Phi = 0.05$ .

### 5.3.2 Valeurs de $V_i$ , $V_r$ , $\delta_{max}$ , $\tau_c$ et du coefficient de restitution $V_r/V_i$

Pour chaque expérience, nous avons mesuré les vitesses d'impact  $V_i$  et de rebond  $V_r$ , ainsi que l'enfoncement maximal  $\delta_{max}$  et le temps de contact  $\tau_c$ . Ces valeurs sont résumées dans le tableau 5.27 de l'Annexe 5.7. Les valeurs de  $\delta_{max}$  et  $\tau_c$  dépendent à la fois des paramètres géométriques des piliers ( $\Phi$ ,  $e$ ), de la vitesse d'impact  $V_i$ , et des propriétés de la sphère ( $\rho_s$ ,  $a$ ).

Nous définissons un coefficient de restitution microscopique comme le rapport entre la vitesse de rebond  $V_r$  et la vitesse d'impact  $V_i$ . La Figure 5.8 montre 3 exemples de coefficient de restitution en fonction du nombre de Stokes pour 3 textures ayant des fractions surfaciques de piliers différentes ( $\Phi = 0.05, 0.15, 0.3$ ), mais une hauteur de pilier du même ordre de grandeur ( $e \simeq 120 \mu m$ ). On visualise de nouveau que le nombre de Stokes critique de rebond est abaissé lorsque  $\Phi$  diminue (Figure 5.2). Les valeurs de  $V_r/V_i$  varient peu d'une texture à l'autre, autour d'une valeur d'environ 0.5, cependant elles augmentent légèrement lorsque  $\Phi$  augmente. Mis à part le cas où  $\Phi = 0.3$ , elles diminuent légèrement lorsque le nombre de Stokes augmente.

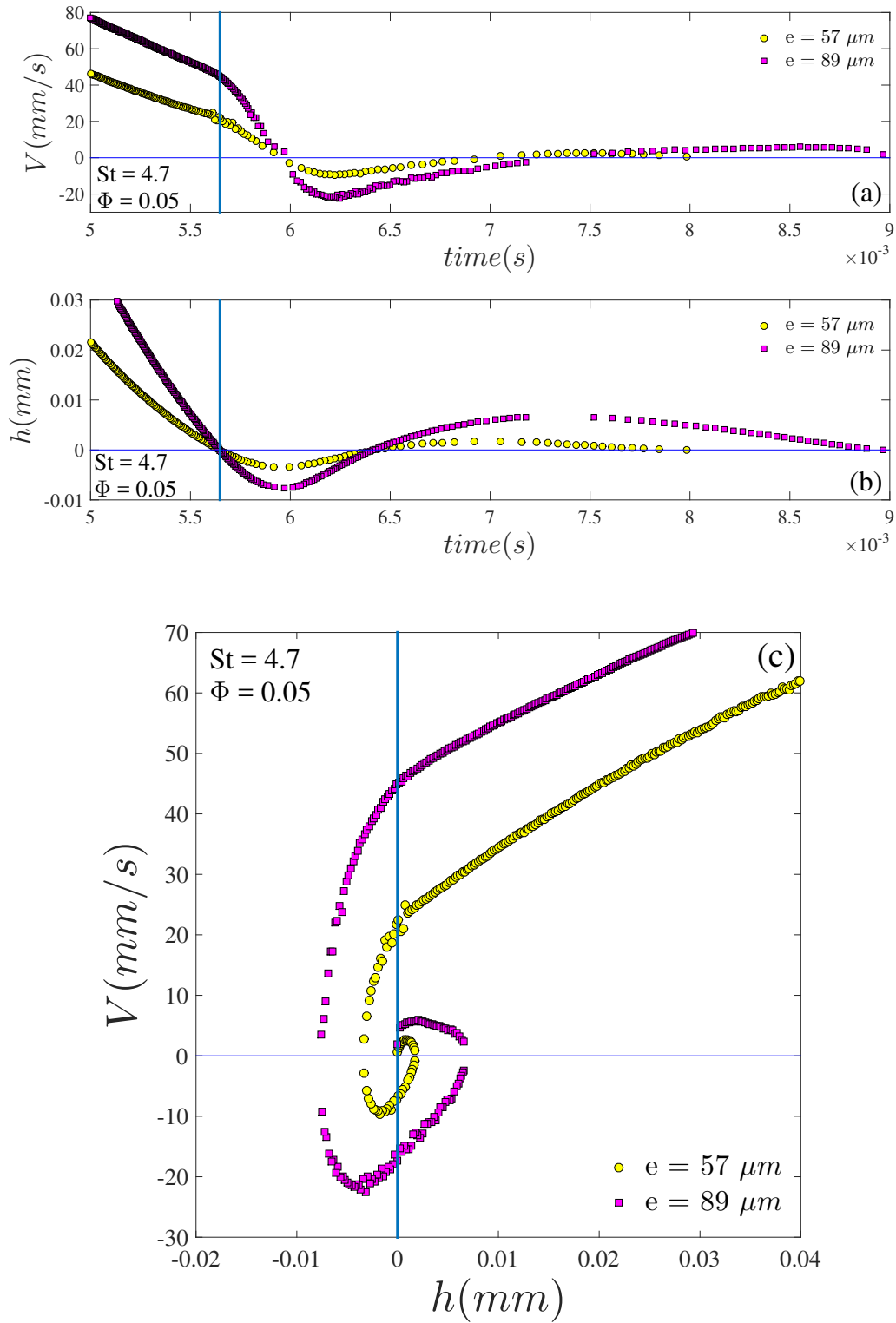


FIGURE 5.5 – Influence de la hauteur des piliers sur la dynamique de rebond à  $St = 4.7$  et  $\Phi = 0.05$  (bille en acier) (a) Vitesse en fonction du temps (b) Position en fonction du temps (c) Vitesse en fonction de la position.

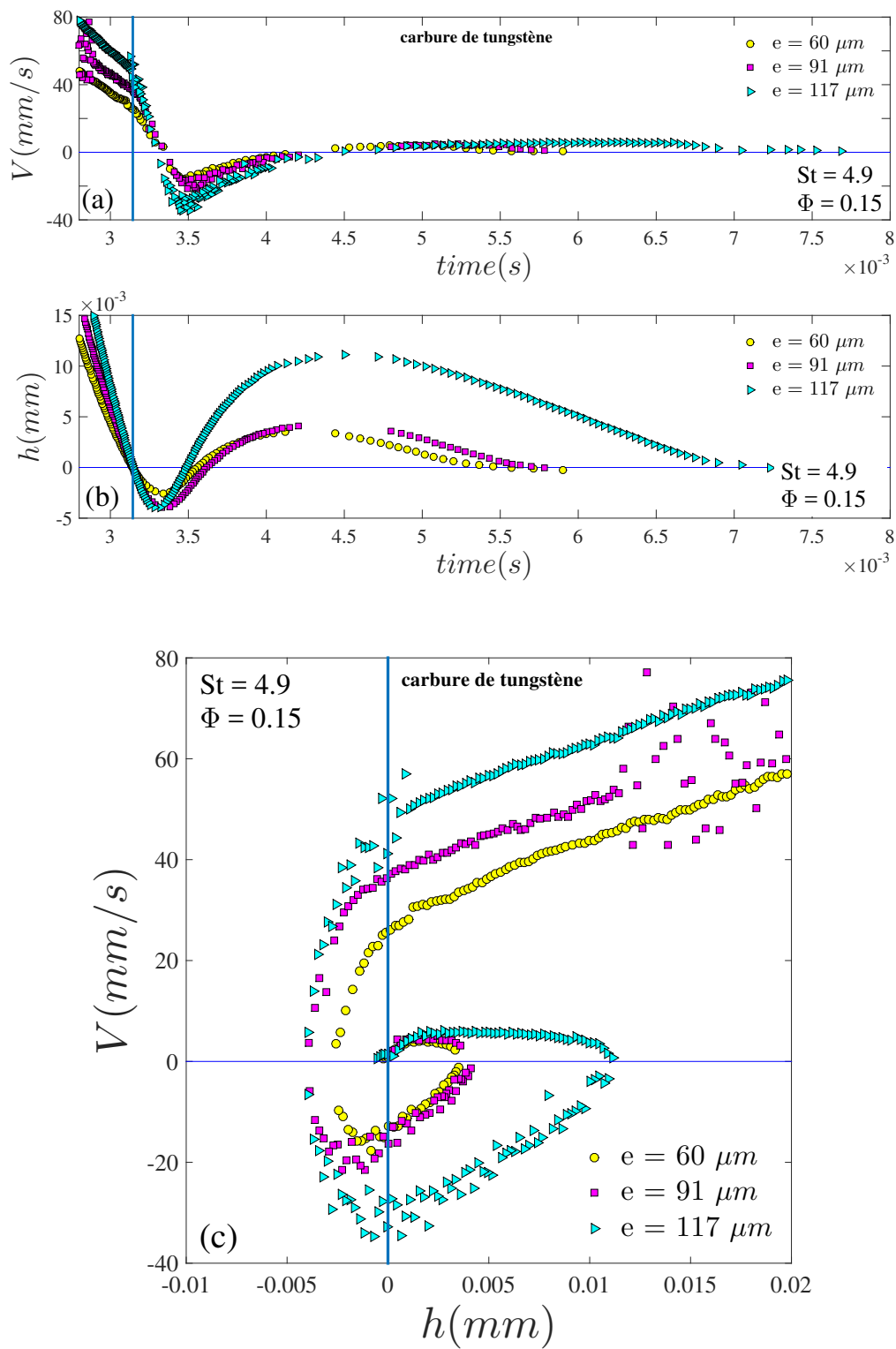


FIGURE 5.6 – Influence de la hauteur des piliers sur la dynamique de rebond à  $St = 4.9$  et  $\Phi = 0.15$  (bille en carbure de tungstène) (a) Vitesse en fonction du temps (b) Position en fonction du temps (c) Vitesse en fonction de la position.

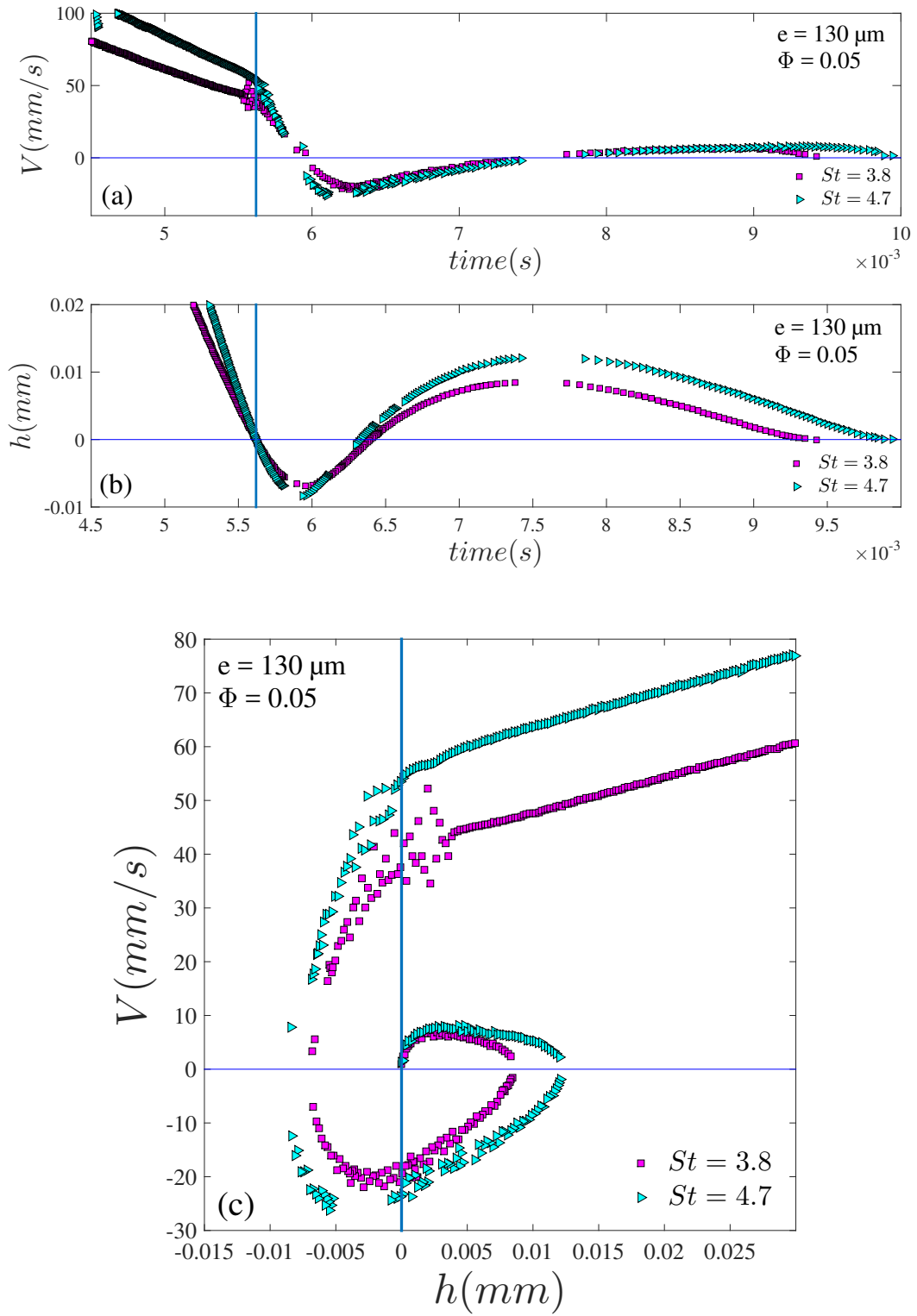


FIGURE 5.7 – Influence du nombre de Stokes sur la dynamique de rebond à  $e = 130 \mu\text{m}$  et  $\Phi = 0.05$  (bille en acier) (a) Vitesse en fonction du temps (b) Position en fonction du temps (c) Vitesse en fonction de la position.

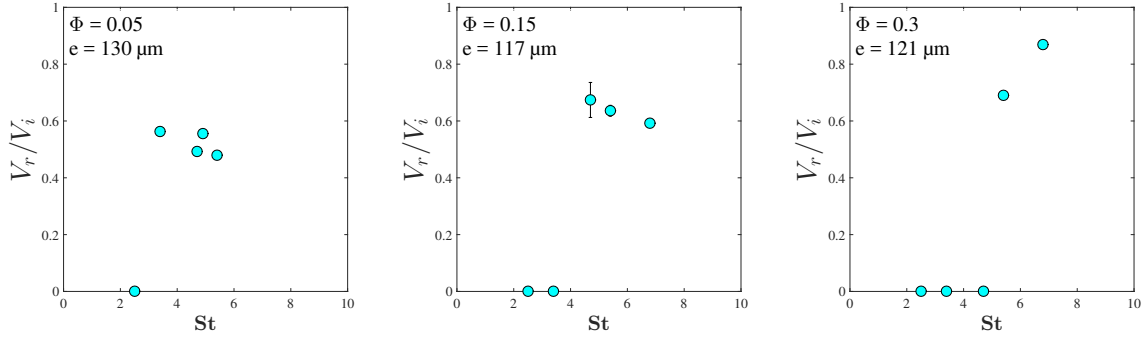


FIGURE 5.8 – Coefficient de restitution microscopique en fonction du nombre de Stokes pour 3 textures de fraction surfacique  $\Phi = 0.05, 0.15, 0.3$ .

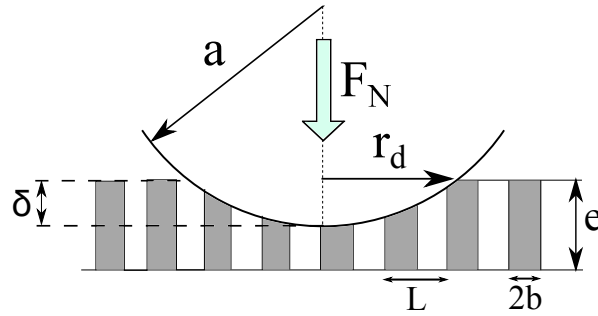


FIGURE 5.9 – Modèle de contact élastique pour un contact sphère - piliers.

## 5.4 Modèle de contact élastique : théorie de Hertz modifiée

### 5.4.1 Modélisation de l'enfoncement $\delta(t)$ et du temps de contact $\tau_c$

Nous proposons ici de modéliser la dynamique d'enfoncement instantané  $\delta(t)$  de la sphère dans les piliers par un modèle de contact élastique. Le raisonnement est analogue à celui de la théorie de Hertz pour le contact sphère-plan (rappelée dans l'Annexe 5.7), mais il doit être adapté pour tenir compte de la géométrie particulière introduite par la paroi texturée. Les paramètres du problème sont posés Figure 5.9. Compte tenu des matériaux utilisés, nous supposons que la sphère est rigide et indéformable (module de Young  $E_s$ , valant 203 GPa (acier) ou 550 GPa (carbure de tungstène)) alors que les piliers sont "mous" et élastiques (résine NOA 81 de module de Young  $E_p = 1.38 \text{ GPa}$ ). En considérant que les piliers subissent une compression unidirectionnelle et normale à leur face supérieure dans leur domaine d'élasticité linéaire, la contrainte dans un pilier est liée à la déformation par la loi de Hooke :

$$\sigma_{\text{pilier}} = E_p \frac{\delta}{e} \quad (5.1)$$

où  $\delta/e$  est la déformation subie par le pilier.

La force normale sur un pilier de côté  $2b$  est liée à la contrainte par la relation :

$$F_{\text{pilier}} = \sigma_{\text{pilier}}(2b)^2 \quad (5.2)$$

Les piliers concernés par cette déformation  $\delta$  sont situés sur un disque de rayon  $r_d = \sqrt{2a\delta}$ . Compte-tenu de la fraction surfacique de piliers  $\Phi$ , le nombre de piliers concernés est :

$$N_{pilier} = \Phi \frac{\pi 2a\delta}{(2b)^2} \quad (5.3)$$

La force normale totale  $F_N = N_{pilier} F_{pilier}$  sur l'ensemble des piliers est donc :

$$F_N = K\delta^2 \quad \text{avec} \quad K = \frac{2\pi\Phi E_p a}{e} \quad (5.4)$$

Notons que cette loi de contact est différente du cas sphère-plan. La non-linéarité de loi de Hertz, qui s'écrit  $F_N \sim \delta^{3/2}$ , vient de la déformation sphérique du plan sur une zone de taille  $r_d$ . Ici, la force normale varie comme  $\delta^2$ , car nous avons supposé une déformation unidirectionnelle des piliers. Les paramètres géométriques des piliers ( $e, \Phi$ ) interviennent dans la "raideur" effective  $K$ . La raideur effective est d'autant plus grande que la hauteur  $e$  des piliers est petite et que leur fraction surfacique est grande. Elle est proportionnelle avec le module de Young des piliers  $E_p$ .

### Enfoncement statique $\delta_s$

La relation (5.4) peut d'abord être utilisée pour le cas statique où la sphère repose sur les piliers. La force normale exercée sur piliers est ici le poids de la sphère diminué de la poussée d'Archimède :

$$F_N = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho_s - \rho_f)g \quad (5.5)$$

En remplaçant cette expression dans la relation (5.4), nous obtenons :

$$\delta_s = \left( \frac{4}{3} \frac{\pi a^3(\rho_s - \rho_f)g}{K} \right)^{1/2} \quad (5.6)$$

Pour une sphère en acier de rayon 7 mm et des textures de densité  $\Phi = 0.05$  et de hauteur  $e = 100 \mu m$ , nous trouvons que l'enfoncement statique est  $\delta_s \simeq 1.8 \mu m$ . Pour une densité de piliers  $\Phi = 0.30$  de hauteur  $e = 10 \mu m$ , nous obtenons  $\delta_s = 0.2 \mu m$ . Il est donc possible que certains points que nous avons considéré comme étant dû au mouvement résiduel de la sphère soit en réalité une mesure de cet enfoncement. Une étude plus approfondie est nécessaire à ce niveau. Néanmoins, il est intéressant d'estimer à partir de ces résultats le nombre de piliers impliqués dans la déformation (équation (5.3)). En prenant  $a = 7 \text{ mm}$ ,  $L = 100 \mu m$  et  $\delta = \delta_s = 1.7 \mu m$ , nous trouvons que  $N_{piliers} \simeq 7$ . La sphère au repos est donc en contact avec peu de piliers.

### Enfoncement dû à la collision $\delta(t)$

L'expression de l'enfoncement  $\delta(t)$  sous l'effet de la force normale due à la collision peut être obtenue à chaque instant par conservation de l'énergie. En l'absence de dissipation, l'énergie cinétique est entièrement convertie en énergie potentielle de déformation (modèle conservatif) :

$$\frac{1}{2}m_s V_i^2 = \frac{1}{2}m_s V(t)^2 + E_{pot}(t) \quad (5.7)$$



avec  $m_s$  la masse de la sphère. La vitesse de la sphère à l'instant  $t$ , compté à partir du premier contact de la sphère avec les piliers, est :

$$V(t) = \frac{d\delta(t)}{dt} \quad (5.8)$$

L'énergie potentielle de déformation est obtenue à partir de la loi de contact sphère-piliers (équation (5.4)) :

$$E_{pot}(t) = \int_0^{\delta(t)} F_N d\delta = \frac{1}{3} K \delta(t)^3 \quad (5.9)$$

Le bilan d'énergie est donc :

$$\frac{1}{2} m_s \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 + \frac{1}{3} K \delta(t)^3 = \frac{1}{2} m_s V_i^2 \quad (5.10)$$

Finalement, nous obtenons l'équation différentielle suivante pour  $\delta$  :

$$\frac{d\delta}{dt} = V_i \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{K \delta^3}{m_s V_i^2} \right)^{(1/2)} \quad (5.11)$$

En particulier, la valeur maximale de l'enfoncement,  $\delta_{max}$ , est obtenue lorsque  $d\delta/dt = 0$ , ce qui donne :

$$\delta_{max} = \left( \frac{3}{2} \frac{m_s V_i^2}{K} \right)^{1/3} = \left( \frac{\rho_s e a^2 V_i^2}{\Phi E_p} \right)^{1/3} \quad (5.12)$$

L'équation (5.11) peut être adimensionnalisée en utilisant les variables suivantes :

$$\tilde{\delta} = \frac{\delta}{\delta_{max}} \quad \tilde{t} = \frac{t}{\tau} \quad \tau = \frac{\delta_{max}}{V_i} \quad (5.13)$$

Ce qui donne :

$$\frac{d\tilde{\delta}}{(1 - \tilde{\delta}^3)^{1/2}} = d\tilde{t} \quad (5.14)$$

Nous pouvons comparer cette expression avec le cas sphère-plan en considérant les mêmes variables adimensionnelles. La différence réside dans l'expression de la force normale qui s'écrit dans le cas sphère plan  $F_N = K^* \delta^{3/2}$ . L'équation obtenu dans le cas sphère-plan est :

$$\frac{d\tilde{\delta}}{(1 - \tilde{\delta}^{5/2})^{1/2}} = d\tilde{t} \quad (5.15)$$

Nous résolvons les équations (5.14) et (5.15) numériquement sous Matlab (Figure 5.10). La différence entre les 2 lois se situant au niveau de l'exposant de la loi de puissance pour l'enfoncement  $\delta$ , nous obtenons 2 solutions assez proches. Cependant, l'enfoncement maximal est atteint plus tôt dans le cas d'un contact sphère-piliers par rapport au contact sphère-plan : ceci montre que le support formé par les piliers offre moins de résistance que le plan massif.

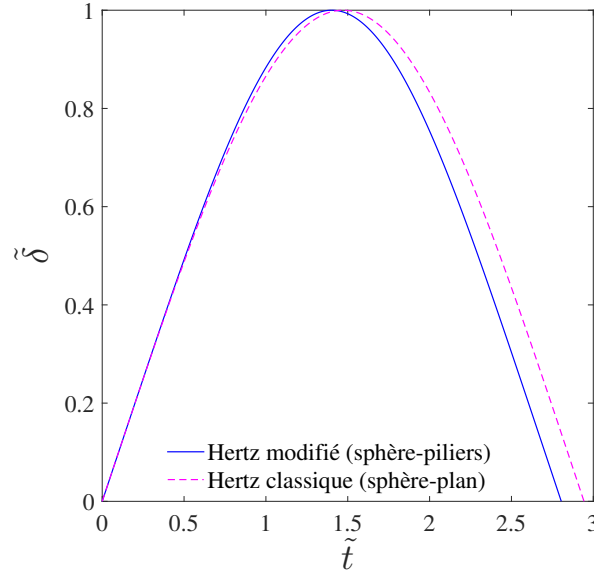


FIGURE 5.10 – Enfoncement adimensionné  $\tilde{\delta}$  en fonction du temps adimensionné  $\tilde{\tau}$  pour un contact sphère-plan (théorie de Hertz classique en bleu) et un contact sphère-piliers (en magenta).

Dans l'équation (5.12), la dépendance de  $\delta_{max}$  avec la vitesse est bien différente du cas classique du contact sphère-plan : nous trouvons qu'elle varie en  $V_i^{2/3}$  (au lieu de  $V_i^{4/5}$  pour le contact sphère-plan). De plus, il apparaît des dépendances supplémentaires avec la hauteur des piliers (en  $e^{1/3}$ ) et avec leur fraction surfacique (en  $\phi^{-1/3}$ ) :  $\delta_{max}$  augmente avec la hauteur des piliers  $e$  et diminue lorsque la fraction surfacique  $\phi$  augmente. Cependant, dans la limite où  $\Phi \rightarrow 1$ , la loi de Hertz n'est pas retrouvée. Ce résultat s'explique, comme déjà mentionné, par le fait que nous avons fait l'hypothèse d'une déformation unidirectionnelle des piliers.

A partir de l'équation (5.12) nous estimons le temps de contact en considérant que la sphère parcourt 2 fois la distance  $\delta_{max}$  à la vitesse  $V_i$  :

$$\tau_c = 2 \tau = 2 \frac{\delta_{max}}{V_i} = 2 \left( \frac{\rho_s e a^2}{\Phi E_p V_i} \right)^{1/3} \quad (5.16)$$

Encore une fois, cette dépendance du temps de contact en  $V_i^{-1/3}$  diffère du cas sphère-plan (où il varie en  $V_i^{-1/5}$ ).

#### 5.4.2 Confrontation du modèle avec les expériences pour $\delta(t)$ , $\delta_{max}$ et $\tau_c$

Nous comparons ici les prédictions du modèle pour l'enfoncement  $\delta(t)$  (équation (5.11)) avec les expériences. La Figure 5.11a concerne la collision d'une sphère en acier de rayon 7 mm ( $St = 4.7$ ) avec des piliers de densité  $\Phi = 0.15$  et de hauteur  $e = 60 \mu m$ . Le modèle surestime l'enfoncement maximal, alors que le temps de contact est sous-estimé. Cette même constatation est visible sur la figure 5.11b pour la collision d'une sphère de carbure de tungstène ( $a = 4 mm$ ) avec des piliers de densité  $\Phi = 0.05$  et de hauteur  $e = 57 \mu m$  et  $e = 130 \mu m$ . De plus, sur ces deux exemples,

on voit que l'asymétrie de la courbe expérimentale n'est pas reproduite.

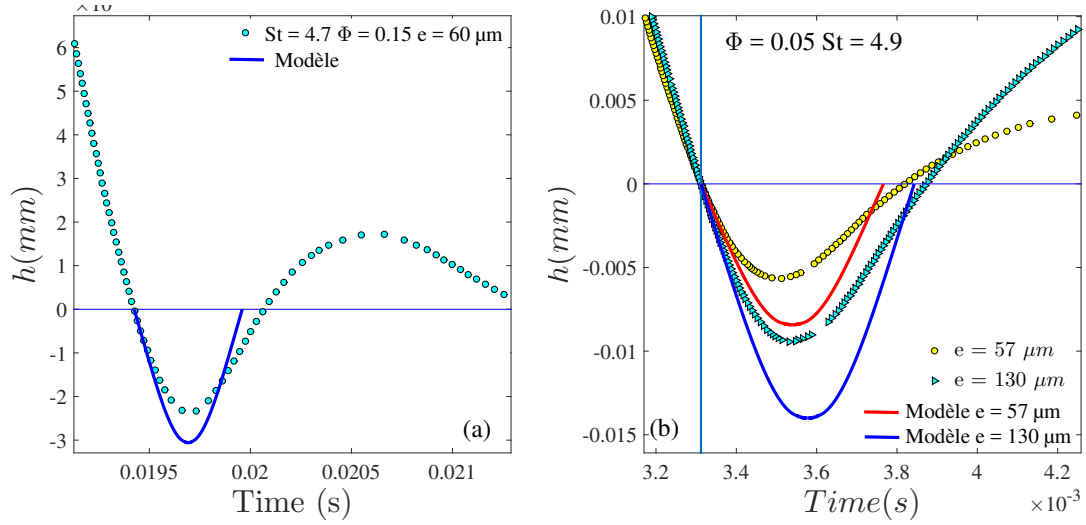


FIGURE 5.11 – Exemple de comparaison du modèle (équation (5.11)) avec les expériences

Nous nous intéressons ensuite à l'enfoncement maximal prévu par l'équation (5.12). Pour une sphère en acier de rayon 7 mm impactant des textures de densité  $\Phi = 0.05$  et de hauteur  $e = 100 \mu m$  à une vitesse  $V_i = 50 \text{ mm.s}^{-1}$ , la valeur prédite est  $\delta_{max} \simeq 11 \mu m$ . Cette valeur correspond à 11 % de la hauteur des piliers ce qui est très significatif. En prenant  $L = 100 \mu m$ , la relation (5.3) estime qu'environ 61 piliers sont concernés lors de la collision.

Sur la Figure 5.12 l'enfoncement normalisé ( $\delta_{max}/(ea^2)^{1/3}$ ) est tracé en fonction de la vitesse d'impact  $V_i$  pour chaque fraction surfacique de piliers. Pour plus de clarté, nous séparons le cas des sphères en acier (Figure 5.12a) et des sphères en tungstène (Figure 5.12b). Les points expérimentaux sont en symboles et le modèle est en trait plein. Les résultats expérimentaux confirment une évolution non-linéaire de  $\delta_{max}$  avec la vitesse d'impact. Cependant, le modèle se situe au-dessus des points expérimentaux, avec un écart important pour la fraction surfacique la plus petite. Si nous traçons la même quantité en fonction de la vitesse de rebond  $V_r$  (Figure 5.13a et b), l'accord avec le modèle s'avère cette fois excellent pour chaque  $\Phi$ . Lorsque l'on normalise par la densité de piliers (Figure 5.14a et b) les points expérimentaux ce regroupent un peu mieux que précédemment, ce qui semble indiquer que la dépendance de l'enfoncement en  $\Phi^{-1/3}$  est correcte. De plus, le modèle se place bien par rapport aux points expérimentaux dans cette représentation en fonction de la vitesse de rebond  $V_r$ .

L'évolution de  $\delta_{max}$  normalisé par  $(aV_r)^{2/3}$  en fonction de la hauteur des piliers  $e$  est représentée sur la Figure 5.15. Un bon accord est de nouveau observé avec le modèle dans ce cas où la vitesse de rebond est utilisée pour la normalisation. Enfin, un regroupement des points expérimentaux obtenus pour différentes fractions surfaciques est tenté sur la Figure 5.16 en normalisant  $\delta_{max}$  par  $((aV_r)^2/(\Phi)^{1/3})$ , avec un succès relatif compte-tenu de la dispersion des points expérimentaux. Cependant, le modèle se situe correctement par rapport aux expériences.

L'équation (5.16) est testée en traçant le temps de contact normalisé  $\tau_c/(ea^2)^{1/3}$  en fonction

de la vitesse de rebond  $V_r$  sur les Figures 5.17a et b (acier et tungstène). Le modèle prédit une décroissance de cette quantité en  $V_r^{-1/3}$ , plus marquée que dans les expériences. La normalisation par la densité de piliers Figure 5.18 montre de nouveau que le modèle sous-estime les temps de contact expérimentaux, bien que leur ordre de grandeur soit correctement reproduit.

En résumé, le modèle basé sur une loi de contact modifiée par la texture s'avère satisfaisant pour rendre compte des dépendances observées de  $\delta_{max}$  et  $\tau_c$  en fonction des paramètres géométriques du réseau de pilier, ( $e$  et  $\phi$ ). Cependant un meilleur accord est obtenu en utilisant la vitesse de rebond mesurée  $V_r$  au lieu de la vitesse d'impact  $V_i$ . Ceci montre que la limite du modèle se situe surtout au niveau de l'hypothèse de conservation de l'énergie.

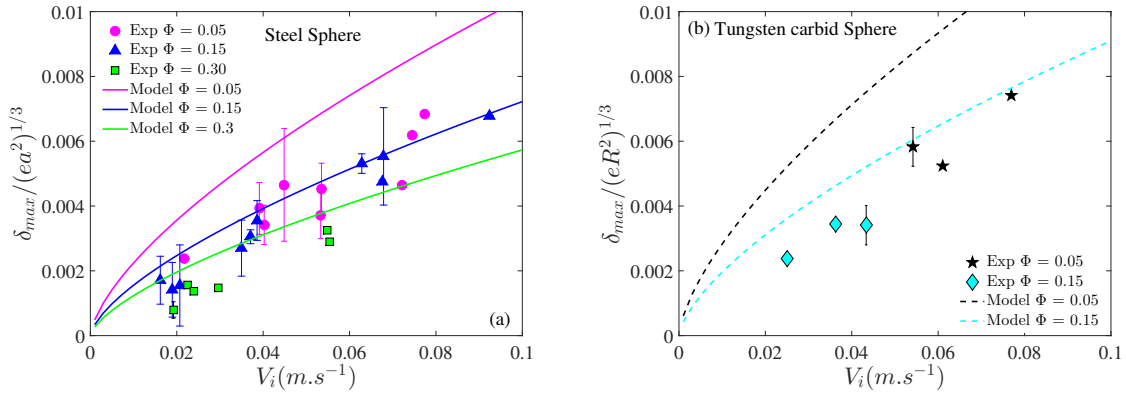


FIGURE 5.12 – Enfoncement maximal adimensionnel  $\delta/(ea^2)^{1/3}$  en fonction de la vitesse d'impact  $V_i$  pour des textures de densité surfacique  $\Phi = 0.05, 0.15, 0.3$  (théorie : trait plein, expériences : symboles). (a) : sphère en acier (b) carbure de tungstène

## 5.5 Modélisation de $\delta_{max}$ avec dissipation

Ce problème a été traité dans le cas d'une collision entre 2 sphères [61]. Une manière simple d'introduire de la dissipation dans le modèle de contact est de supposer qu'elle provient, entre autres, de la viscoélasticité de la texture. Pour cela, on ajoute à la contrainte élastique (loi de Hooke) une contrainte de viscosité. L'ensemble constitue le modèle de Kelvin-Voigt. Dans le cas du contact sphère-piliers, nous écrivons la contrainte de viscosité sur un pilier sous la forme :

$$\sigma_{visc} = \eta_p \frac{d(\delta/e)}{dt} \quad (5.17)$$

où  $\eta_p$  est la viscosité du pilier et  $\delta/e$  sa déformation. En tenant compte de nouveau du nombre de piliers concernés par le contact (equation (5.3)), nous obtenons l'expression de la force de viscosité :

$$F_{visc} = K \tau_r \delta \frac{d\delta}{dt} \quad \text{avec} \quad K = \frac{2\pi\Phi a E_p}{e} \quad (5.18)$$

où l'on a défini le temps de relaxation des piliers  $\tau_r = \eta_p/E_p$ . L'énergie dissipée par la viscosité s'écrit à l'instant  $t$  :

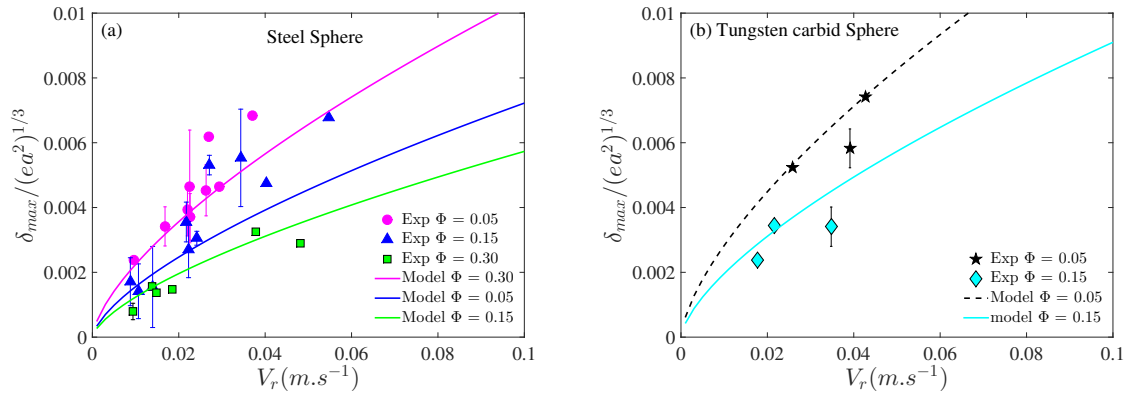


FIGURE 5.13 – Enfoncement maximal adimensionnel  $\delta/(ea^2)^{1/3}$  en fonction de la vitesse de rebond  $V_r$  pour des textures de densité surfacique  $\Phi = 0.05, 0.15, 0.3$  (théorie : trait plein, expériences : symboles). (a) : sphère en acier (b) carbure de tungstène

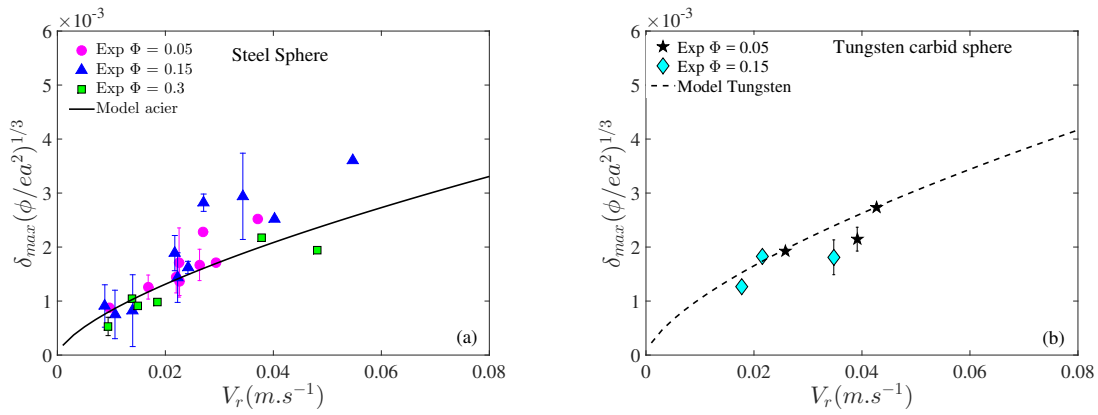


FIGURE 5.14 – Enfoncement maximal normalisée avec la densité surfacique  $\delta/(\Phi/ea^2)^{1/3}$  en fonction de la vitesse de rebond  $V_r$  (théorie : trait plein, expériences : symboles). (a) : sphère en acier (b) carbure de tungstène

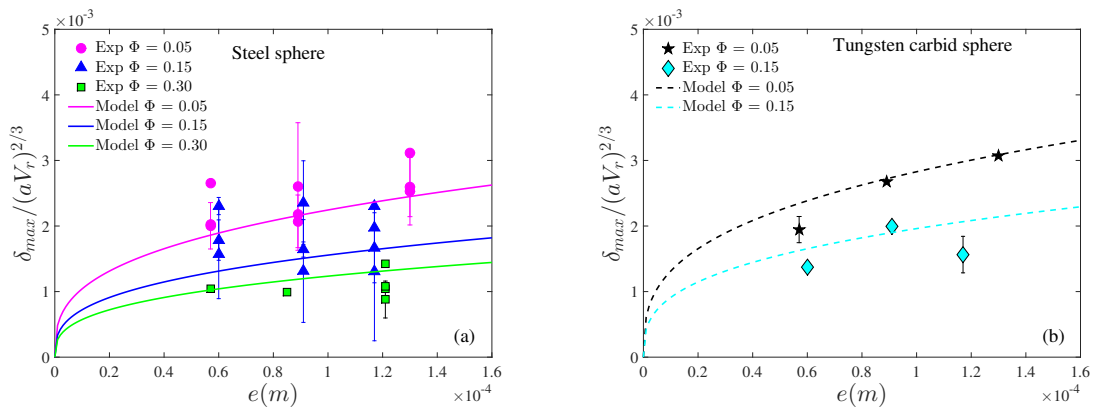


FIGURE 5.15 – Enfoncement maximal adimensionnel en fonction de la vitesse de la hauteur des piliers  $V_r$  (théorie : trait plein, expériences : symboles). (a) : sphère en acier (b) carbure de tungstène

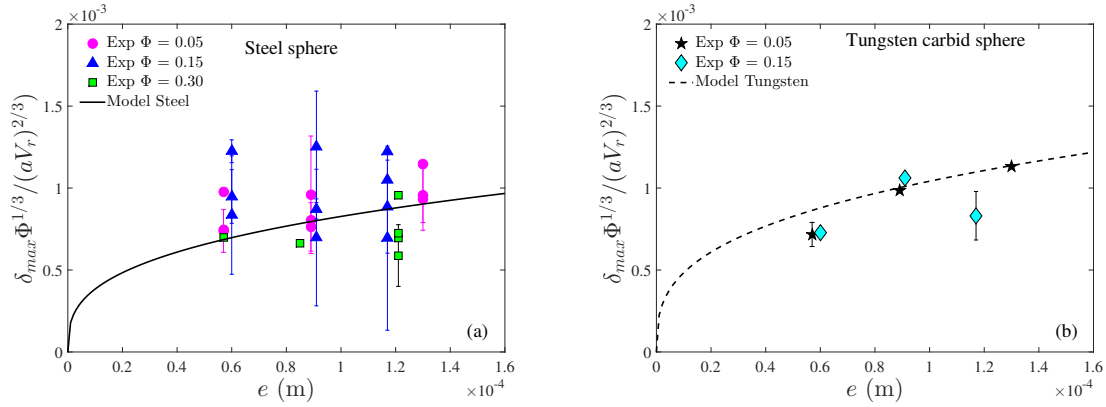


FIGURE 5.16 – Enfoncement maximal adimensionnel normalisée en fonction de la vitesse de la hauteur des piliers  $V_r$  (théorie : trait plein, expériences : symboles). (a) : sphère en acier (b) carbure de tungstène

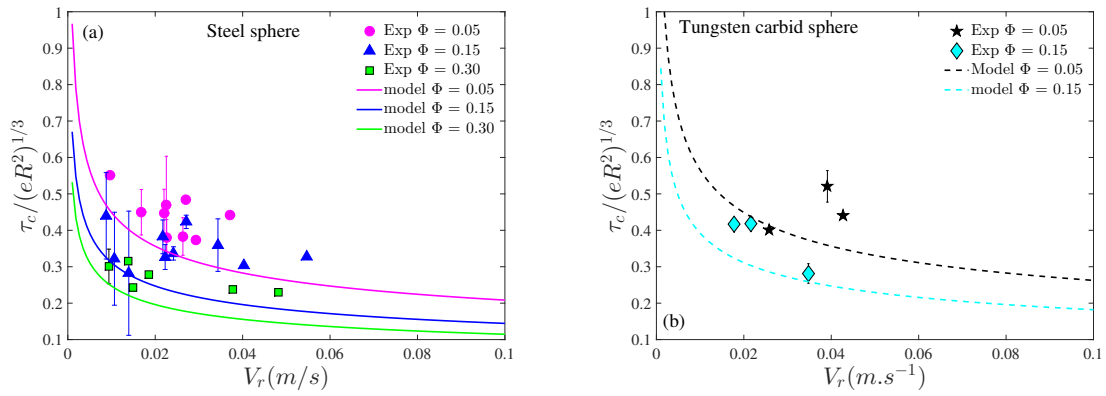


FIGURE 5.17 –  $\tau_c / (\Phi e a^2)^{1/3}$  en fonction de la vitesse de rebond  $V_r$  pour des textures de densité surfacique  $\Phi = 0.05, 0.15, 0.3$  (théorie : trait plein, expériences : symboles). (a) : sphère en acier (b) carbure de tungstène

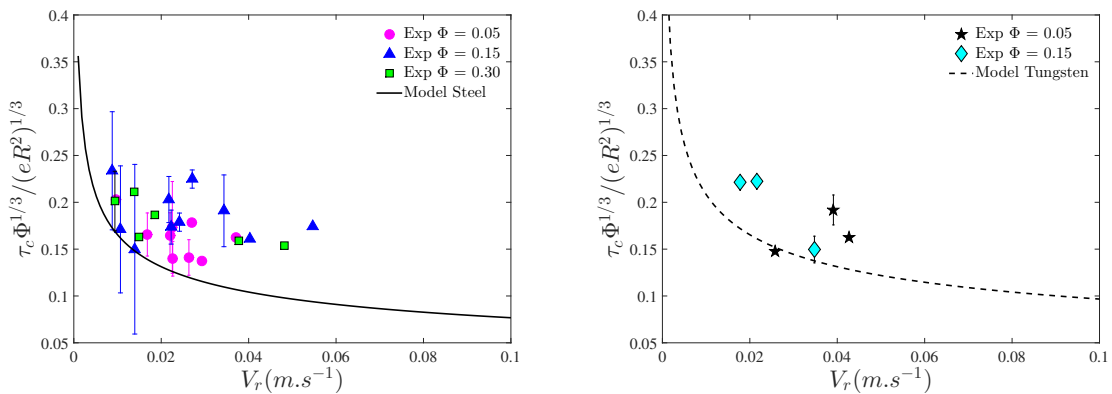


FIGURE 5.18 –  $\tau_c \Phi^{1/3} / (e a^2)^{1/3}$  en fonction de la vitesse de rebond  $V_r$  (théorie : trait plein, expériences : symboles). (a) : sphère en acier (b) carbure de tungstène

$$E_{dis}(t) = \int_0^{\delta(t)} F_{visc} d\delta = K\tau_r \int_0^{\delta(t)} \delta \frac{d\delta}{dt} d\delta \quad (5.19)$$

En supposant la dissipation suffisamment faible pour considérer le mouvement quasiment inchangé par rapport au cas conservatif, nous pouvons prendre l'expression (5.11) pour  $d\delta/dt$ , ce qui donne :

$$E_{dis}(t) = K\tau_r \int_0^{\delta(t)} \delta \left( V_i \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{K}{m} \frac{\delta^3}{V_i^2} \right)^{1/2} \right) d\delta \quad (5.20)$$

L'énergie dissipée entre  $\delta = 0$  et  $\delta = \delta_{max}$  est donnée par l'intégrale :

$$E_{dis} = K\tau_r \int_0^{\delta_{max}} \delta \left( V_i \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{K}{m} \frac{\delta^3}{V_i^2} \right)^{1/2} \right) d\delta \quad (5.21)$$

On normalise cette équation en posant  $\tilde{\delta} = \delta/\delta_{max}$ . On a alors :

$$E_{dis} = K\tau_r V_i \delta_{max}^2 \underbrace{\int_0^1 \tilde{\delta} (1 - \tilde{\delta}^3)^{1/2} d\tilde{\delta}}_{= \Lambda \simeq 0.37} \quad (5.22)$$

soit :

$$E_{dis} = K\tau_r V_i \delta_{max}^2 \Lambda \quad \text{avec} \quad \Lambda \simeq 0.37 \quad (5.23)$$

La nouvelle valeur de  $\delta_{max}$  s'obtient en écrivant un bilan d'énergie entre  $\delta = 0$  et  $\delta = \delta_{max}$  (où  $d\delta/dt = 0$ ) :

$$\frac{1}{3} K \delta_{max}^3 + K\tau_r V_i \delta_{max}^2 \Lambda = \frac{1}{2} m V_i^2 \quad (5.24)$$

En notant  $\delta_0$  la valeur de l'enfoncement maximal obtenu dans le modèle conservatif (équation (5.12)), on obtient une nouvelle expression pour  $\delta_{max}$  :

$$\delta_{max}^3 + 3\tau_r V_i \delta_{max}^2 \Lambda = \delta_0^3 \quad \text{avec} \quad \delta_0 = \left( \frac{3}{2} \frac{m}{K} V_i^2 \right)^{1/3} \quad (5.25)$$

Pour avoir une estimation de la valeur de  $\eta_p$ , nous calculons pour chaque  $\delta_{max}$ ,  $V_i$ ,  $e$ ,  $a$  et  $\rho_s$  obtenus expérimentalement la valeur de  $\eta_p$ . Ces valeurs sont données dans le tableau 5.7 de l'Annexe : ils varient autour d'une valeur moyenne  $\eta_p \simeq 3.09 \cdot 10^5 \text{ Pa.s}$  avec un écart type  $EC \simeq 2 \cdot 10^5$ . Il est difficile de commenter l'ordre de grandeur obtenu pour  $\eta_p$ , pour cela, des mesures des propriétés viscoélastiques de la résine NOA sont nécessaires. Nous utilisons à présent cette valeur moyenne de  $\eta_p$  pour résoudre l'équation (5.25), en fixant une hauteur de piliers et un rayon de sphère. Par exemple, nous choisissons  $e = 100 \mu\text{m}$  et  $a = 7 \text{ mm}$  (sphère en acier) et  $e = 100 \mu\text{m}$  et  $a = 4 \text{ mm}$  (sphère en carbure de tungstène). Sur la Figure 5.19a et b nous traçons de nouveau la valeur de l'enfoncement  $\delta_{max}$  normalisé par  $(ea^2)^{1/3}$  en fonction de la vitesse d'impact  $V_i$ , en comparant les résultats de l'équation (5.25) avec les expériences. Comme attendu, nous constatons maintenant un très bon accord entre modèle et expériences pour chaque densité de piliers, non

seulement dans le cas de l'acier et mais aussi du tungstène.

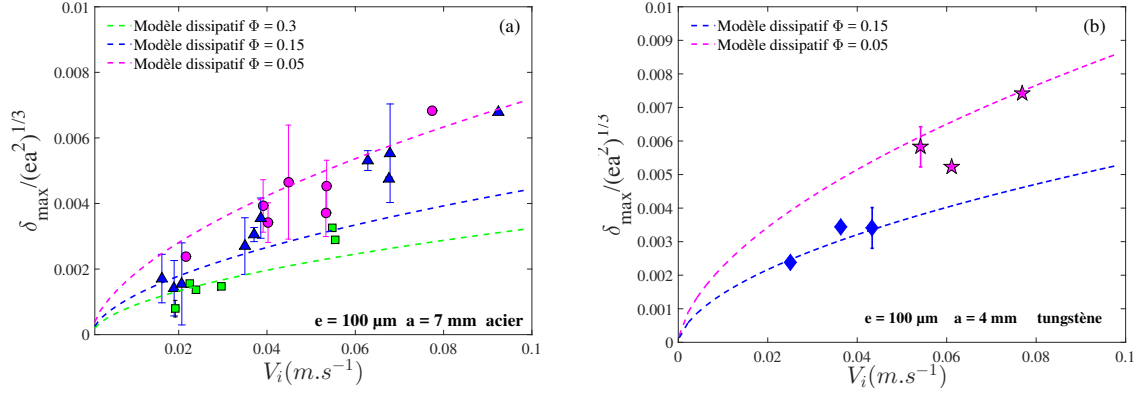


FIGURE 5.19 –  $\delta_{max}/(ea^2)^{1/3}$  en fonction de la vitesse d'impact  $V_i$  pour  $e = 100 \mu m$  et  $a = 7 mm$  (acier) et  $e = 100 \mu m$  et  $a = 4 mm$  (tungstène).  $\eta_p = 3.09 \cdot 10^5 Pa.s$

Une suite naturelle de ce travail est de calculer le coefficient de restitution  $V_r/V_i$  en écrivant le bilan d'énergie suivant :

$$\frac{1}{2}mV_i^2 - \frac{1}{2}mV_r^2 = \int_0^{\delta_{max}} E_{dis} d\delta + \int_{\delta_{max}}^{\delta_2} E_{dis} d\delta \quad (5.26)$$

où  $\delta_2$  est la distance  $< 0$  où la vitesse maximale de rebond de la sphère est atteinte. Ce calcul nécessite des développements qui n'ont pas pu être finalisés.

## 5.6 Sources de dissipation de l'énergie

Les courbes présentées sur les Figures 5.3 et 5.4 montrent que le processus de collision n'est pas conservatif : la vitesse d'impact  $V_i$  est toujours inférieure à la vitesse de rebond  $V_r$ . Une partie de l'énergie cinétique lors du choc est dissipée de manière irréversible. Nous avons modélisé une première source de dissipation (viscoélasticité). Cependant, nous ne pouvons pas conclure sur la pertinence de cette dernière. De plus, il existe d'autres sources de dissipation que nous discutons ici.

- Les vibrations de la lame de verre. L'impact de la sphère sur les piliers entraîne la formation d'ondes élastiques de surface et de volume sur le support (lame de verre). L'énergie dissipée sous forme d'ondes élastiques décroît quand la vitesse d'impact diminue [62] [35] et lorsque le diamètre de la plaque augmente. par exemple, pour une plaque d'épaisseur grande devant le diamètre de la bille, l'énergie perdue par émission d'ondes élastiques est de l'ordre de 1 % [63]. Dans notre cas cependant, la lame de verre sur laquelle la résine (NOA 81) est réticulée a une épaisseur d'environ 1.2 mm (c'est à dire 10 fois plus petit que le diamètre de la sphère). Nous pouvons supposer que l'énergie dissipée sous la forme de vibrations du support est importante, mais elle est difficilement quantifiable. De plus notre surface est complexe car la résine est elle-même réticulée sur du verre.



Pour une plaque de petite épaisseur, le mode le plus important est celui de flexion [63]. L'énergie dissipée sous forme de modes de flexion du support augmente avec la vitesse d'impact et le rapport entre le rayon de la sphère  $a$  et l'épaisseur de la plaque [64]. Par exemple, pour une vitesse d'impact de  $1.1 \text{ m.s}^{-1}$  et lorsque le rapport entre l'épaisseur de la lame de verre et le diamètre d'une bille en acier varie de 19 à 2.4, l'énergie perdue varie de 0.7 % à 3.6 % [65]. Dans notre expérience, le rapport des épaisseurs est plus faible (de l'ordre de 0.1) mais la vitesse d'impact l'est également (autour de  $50 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Il est donc difficile de faire une estimation de l'énergie perdue.

- la dissipation visqueuse. L'énergie cinétique de la sphère se dissipe dans le fluide au fur et à mesure qu'elle s'approche de la paroi. Pendant le contact de la sphère avec les piliers, le fluide piégé entre les piliers génère aussi de la dissipation. Nous pouvons estimer cette quantité par la même équation que (5.17) en prenant cette fois  $\eta$  égale à la viscosité du fluide. En comparant les contraintes élastiques et visqueuses :

$$\frac{\sigma_{vis}}{\sigma_{el}} = \frac{\eta}{E_p} \frac{1}{\tau_c} \quad (5.27)$$

Nous trouvons un rapport de l'ordre de  $10^{-5}$  ce qui montre que l'énergie dissipée par l'écoulement de fluide entre les piliers pendant leur déformation est négligeable devant l'énergie élastique stockée dans les piliers. La dissipation par le fluide jouerait un rôle plus important en ralentissant la sphère ce qui expliquerait que la vitesse maximale de rebond soit atteinte juste avant sa sortie des piliers à  $\delta_2 < 0$ .

En conclusion, plusieurs mécanismes sont à l'origine de la dissipation rencontrée lors du contact de la sphère avec les piliers. Il est difficile de les quantifier du fait que le support d'impact n'est pas classique (colle NOA 81 elle même fixée sur du verre). Les propriétés viscoélastiques de la NOA 81 sont relativement peu connues car elles dépendent en partie du taux de réticulation aux U.V imposé.

## 5.7 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, des résultats nouveaux sur le rebond immergé d'une sphère avec une surface texturée ont été présentés. Ces "micro-rebonds" n'avaient, à ce jour, jamais encore été caractérisés. La technique d'interférométrie laser permet de travailler avec une résolution spatiale et temporelle suffisante non seulement pour avoir accès à la vitesse de la sphère au moment du contact mais aussi pour capter la dynamique de contact de la sphère dans les piliers.

Cette dynamique de contact est caractérisée par un temps de contact et un enfoncement maximal, que nous avons décrits par un modèle de contact élastique tenant compte de la déformation du réseau de piliers. Ce modèle conservatif est cependant insuffisant pour rendre compte des différences observées entre les vitesses d'impact  $V_i$  et de rebond  $V_r$ . Un modèle avec dissipation par viscoélasticité des textures est proposé.

Nous avons mesuré un coefficient de restitution microscopique, défini comme le rapport entre la vitesse maximale de rebond et la vitesse d'impact au contact avec les piliers. Ce coefficient rend

compte principalement de la dissipation dans le réseau de pilier pendant le processus de collision et non pas de la dissipation dans le fluide. Ainsi, nous pensons qu'il est proche de celui mesuré pour une collision sèche.

Pour déclencher ces micro-rebonds, nous avons utilisé nos résultats sur la dynamique de la sphère près de la paroi qui montrent qu'en contrôlant la géométrie du réseau de piliers, la vitesse locale de la sphère peut être augmentée, sans modifier le nombre de Stokes particulaire. Ceci ouvre des perspectives concernant la détermination du nombre de Stokes critique de rebond en fonction de la géométrie des textures.

Pour finaliser ce travail à court terme, il est nécessaire de mesurer les propriétés mécaniques des textures en résine NOA, en compression dynamique, pour obtenir les modules de conservation et de perte à une fréquence correspondant aux vitesse d'impact. Différentes raideurs de piliers pourrait être testées selon le taux de réticulation aux rayon UV. Ensuite, il est important de faire des mesures de rebond sur ces mêmes surfaces mais dans l'air (collision sèche), avec une caméra rapide, pour des vitesses d'impact comparables à celles de cette étude, afin d'accéder au coefficient de restitution. Nous pourrions ainsi vérifier dans quelle mesure les coefficients de restitution microscopiques que nous avons mesurés sont proches de ceux mesurés dans l'air.

Concernant les perspectives à plus long terme, il serait intéressant d'étudier :

- le rebond sur une paroi lisse ou texturée en augmentant le nombre de Stokes. Cela n'a pu être fait à cause de la limite d'acquisition du système.
- le rebond oblique immergé. Il faudrait, dans ce cas, pouvoir contrôler l'angle d'inclinaison du support. Les collisions obliques dans un fluide ont été étudié expérimentalement [66] et numériquement [47]. Elles sont qualitativement similaires aux collisions obliques dans un système sec avec néanmoins un coefficient de friction inférieur qui dépend de la rugosité de surface de la sphère. Elles font également intervenir un coefficient de restitution tangentiel. Pour une sphère lisse, le coefficient de friction est proche de zéro à cause des effets de lubrification tandis que pour une sphère rugueuse il serait comparable au cas sec [66]. Notre dispositif expérimental est néanmoins peu adapté pour cette configuration étant donné que nous pouvons uniquement mesurer des déplacements verticaux.



# Conclusion générale

Le rôle des rugosités de surface en micro-hydrodynamique, particulièrement dans les interactions de lubrification et de contact, est important à comprendre pour le domaine des suspensions concentrées et des granulaires immergés. Dans ce travail de thèse, nous avons tenté d'apporter notre contribution à ce problème en considérant une situation de référence, celle d'une sphère millimétrique s'approchant d'une paroi micro-texturée dans un fluide visqueux. L'objectif était de caractériser et de comprendre le rôle de la géométrie des micro-textures sur la dynamique de la sphère.

Sur le **plan expérimental**, nous apportons une contribution dont l'originalité réside dans la méthode utilisée. L'interférométrie laser à haute fréquence permet des mesures résolues en espace pour l'approche de la paroi jusqu'au contact (distances inférieures à quelques centaines de micromètres), et résolues en temps pour des dynamiques de collision et de rebond (vitesse d'approche maximale détectée  $\simeq 100 \text{ mm.s}^{-1}$ ). La réalisation de ce montage est possible grâce aux travaux antérieurs réalisés à l'Université de Rouen, et ensuite au PMMH. Nous avons notamment, dans le cadre de cette thèse, amélioré la conversion opto-électronique du signal.

Les expériences de dynamique à petit nombre de Reynolds, ont confirmé les travaux antérieurs qui montraient que les rugosités étaient responsables d'une augmentation de la vitesse de la sphère près de la paroi, comparée à sa vitesse près d'une surface lisse. Notre apport réside dans l'utilisation de surfaces micro-texturées recouvertes d'un réseau de micro-piliers, dont nous pouvons faire varier les caractéristiques géométriques. L'influence de ces paramètres géométriques sur la dynamique est systématiquement testée. L'interaction finale de la sphère avec le haut d'un micro-pilier a pu être mesurée.

Concernant les expériences de collision et de rebond à nombre de Stokes modéré, la vitesse de la sphère a été mesurée dans la phase d'approche juste avant le contact, mais aussi pendant le contact. Ainsi, les micro-rebonds ont pu être caractérisés avec une résolution de l'ordre de l'interfrange (200 nm), ce que ne permettent pas les systèmes de visualisation par caméra rapide, dont la résolution reste limitée à la taille du pixel (quelques microns). La conclusion que nous tirons de ces expériences est qu'il est possible, à nombre de Stokes fixé, de contrôler la transition de rebond en jouant sur les paramètres géométriques du réseau de pilier. Le rebond est favorisé lorsque la fraction surfacique des micro-piliers est faible ou lorsque leur hauteur est grande. Nous avons aussi mesuré un coefficient de restitution microscopique, dont nous pensons qu'il est peu influencé par la dissipation visqueuse dans le fluide.

Sur le **plan de la modélisation**, notre démarche a été d'utiliser des modèles analytiques

existants dans la littérature, de les adapter à notre problème et à tester leur applicabilité à nos expériences. En particulier, nous avons pris soin de définir la région de validité (en fonction de la distance) de ces modèles.

- Le modèle de paroi lisse équivalente est validé lorsque la sphère se trouve à une distance des piliers grande devant la périodicité du réseau de micro-piliers. Notre apport consiste dans la mesure et la modélisation de la longueur effective de glissement près d'un réseau de micro-piliers, en fonction de la géométrie du réseau. Nous utilisons une théorie en loi d'échelle développée à l'origine pour des surfaces super-hydrophobes [33], et que nous avons appliquée au cas oléophile.

- Pour des distances petites devant la périodicité du réseau de piliers, une approche de milieu effectif pour la dissipation visqueuse dans le réseau de piliers permet de calculer la force de traînée en fonction d'un coefficient de viscosité, qui est ensuite ajusté sur les expériences. Ce modèle n'avait jamais été utilisé dans le contexte d'un écoulement radial.

- La dynamique de collage de la sphère à nombre de Stokes modéré, est décrite simplement en incorporant à la traînée les modifications apportées par le réseau de micro-piliers, et qui ont été mesurées à petit nombre de Reynolds. Notre conclusion est que, pour un nombre de Stokes fixé, ces modifications peuvent avoir un effet dramatique sur la dynamique de la sphère et notamment induire la transition de rebond. Ceci offre des perspectives pour l'obtention d'un critère simple pour le nombre de Stokes critique de rebond, en fonction des paramètres géométriques du réseau de piliers.

- Pour décrire la dynamique de contact de la sphère dans les piliers, un modèle de contact élastique sphère-piliers a été développé. La non-linéarité de la relation force-déformation tient compte alors des paramètres géométriques du réseau de pilier. Cette modélisation reste à approfondir en prenant en compte différentes sources de dissipation. L'enjeu est d'obtenir des prédictions pour le coefficient de restitution microscopique.

Plusieurs **perspectives expérimentales** peuvent être données à ce travail.

Le **dispositif expérimental** peut être amélioré en utilisant une source lumineuse plus puissante, afin d'obtenir une bande passante d'acquisition plus grande. Les vitesses mesurées pourraient ainsi atteindre le mètre par seconde pour un laser He-Ne de 50 mW. Un moyen de contourner cette solution coûteuse est d'utiliser des techniques de déphasage (modulation) de fréquence. Un modulateur acousto-optique (ou cellule de Bragg) permettrait de diffracter et de diminuer la fréquence de la lumière par ondes sonores. La résolution spatiale peut être améliorée directement par une analyse plus fine du signal. La résolution actuelle est basée sur l'interfrange du fait de la simplicité de la détection des extrema. Cependant nous pourrions envisager de calculer la vitesse sur la totalité de la frange ce qui améliorerait significativement la résolution.

D'autres moyens de **réduire la force de traînée** sur la sphère peuvent être explorés. Nous avons travaillé exclusivement avec des huiles silicones dont la faible tension de surface assure l'imprégnation des textures. Récemment, des surfaces super-oléophobes ont été développées [67], et il serait intéressant de voir leurs effets sur la mobilité de la sphère. Par ailleurs, des travaux récents [68] ont montré que des surfaces texturées imbibées d'un lubrifiant pouvaient augmenter de manière spectaculaire la mobilité d'une goutte non-miscible avec le lubrifiant. Ceci motive la réa-

lisation d'expériences où, idéalement, la sphère serait entourée d'huile silicone et s'approcherait de textures imbibées de lubrifiant. Cependant, il semble d'après les premiers tests effectués, que la stabilité d'un tel système n'est pas facile à contrôler.

Enfin, l'utilisation de **fluides non-Newtoniens** peut être envisagée, afin d'étudier comment leurs propriétés d'écoulement non-linéaires modifient l'écoulement de drainage et donc la dynamique de la sphère. La collision d'une sphère avec une paroi lisse dans un mélange eau-polyethylene-oxide (PEO) à différentes concentrations a été étudiée [69]. Les résultats montrent que pour un nombre de Stokes fixé, le coefficient de restitution est plus grand quand la concentration de PEO augmente. Il existe des études analytiques et numériques récentes concernant le drainage d'un fluide en loi de puissance entre une sphère et un plan [70]. De nombreuses applications en micro-fluidique sont concernées, ainsi que l'utilisation du microscope AFM pour l'exploration des surfaces biologiques, qui sont immergées dans des fluides complexes.



# Annexes

## Théorie de contact élastique de Hertz pour un contact sphère-plan

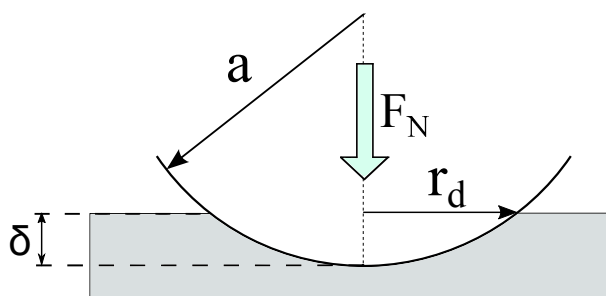


FIGURE 5.20 – Sphère rigide soumise à une force normale sur un plan déformable. Paramètres du problème.

Nous exposons brièvement la théorie classique de contact élastique pour un contact solide sphère-plan sans présence de fluide. En effet, si nous considérons un plan élastique et une sphère indéformable en contact, une déformation de la surface a lieu.

Soit une sphère rigide de rayon  $a$  au contact (ponctuel) d'un plan déformable (Figure 5.20). Si une force de réaction normale  $F_N$  est exercée sur la sphère, la surface de contact  $r_d$  augmente avec l'enfoncement  $\delta$ . Le degré de déformation dépend de l'élasticité du matériau en contact, autrement dit, de son module élastique. En 1880, Hertz [71] publia sa théorie permettant de relier la force  $F_N$  avec l'enfoncement  $\delta$  en partant des équations complètes de l'élasticité linéaire. Cette théorie, à l'origine valable pour un contact sphère-sphère, a été étendue à d'autres géométries et s'est ensuite complexifiée en prenant en compte d'autres interactions (e.g théorie JKR prenant en compte les forces d'adhésion [72]), théorie de Greenwood prenant en compte la rugosité [73]). Nous présentons ici un raisonnement approché pour trouver la relation entre  $F_N$  et  $\delta$  dans le cas d'un contact sphère-plan.

La loi de Hooke relie la déformation avec la contrainte par la relation :

$$\text{contrainte} = E \times \text{déformation} \quad (5.28)$$

avec  $E$  le module d'Young. Si nous estimons en première approximation que la déformation s'étend autour du contact dans une région de rayon  $r_d$ , alors :



$$\sigma \sim E^* \frac{\delta}{r_d} \quad \text{avec} \quad E^* = \left( \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} + \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right)^{-1} \quad (5.29)$$

avec  $E_s$  et  $E_p$  les modules d'Young respectifs de la sphère et du plan, et  $\nu_s$  et  $\nu_p$  leurs coefficients de Poisson. Par ailleurs, la contrainte exercée sur la sphère est la force sur la surface qui est de l'ordre :

$$\sigma \sim \frac{F_N}{r_d^2} \quad (5.30)$$

La géométrie du problème nous apporte également que  $r_d \sim \sqrt{2\delta a}$  et en utilisant (5.29) et (5.30), il vient :

$$F_N \sim E^* \sqrt{R} \delta^{3/2} \quad (5.31)$$

Le calcul exacte de Hertz pour un contact sphère-plan donne :

$$F_N = K \delta^{3/2} \quad \text{avec} \quad K = \frac{4\sqrt{a}}{3} E^* \quad (5.32)$$

La force normale varie comme  $\delta$  à la puissance  $3/2$ . Autrement dit, plus on appuie, plus le milieu est dur (la surface de contact évolue au cours de l'écrasement). Cette loi de Hertz est valable en statique (ou quasi-statique). Dans le cas d'une collision sphère-plan à la vitesse initiale relative  $V_i$ , il faut appliquer la conservation d'énergie cinétique pour obtenir le résultat suivant :

$$\delta_{max} = \left( \frac{5m}{4K} \right)^{2/5} V_i^{4/5} \quad \text{avec} \quad m = \rho_s \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (5.33)$$

On en déduit une relation entre  $r_c$  et  $\delta_{max}$  :

$$r_d = \sqrt{2} \left( \frac{5\pi}{4} \rho_s \frac{1}{E^*} \right)^{1/5} V_i^{2/5} a \quad (5.34)$$

Application numérique : Pour une bille en acier ( $E_s = 203$  GPa,  $\nu_s = 0.30$ ) de rayon  $a = 7$  mm qui vient impacter un plan de verre ( $E_p = 69$  GPa,  $\nu_p = 0.24$ ) à une vitesse initiale  $V_i = 10$  mm.s<sup>-1</sup>,  $r_d \simeq 330$   $\mu$ m.

Courbe de viscosité de la Bluesil FLD 47(données constructeur)

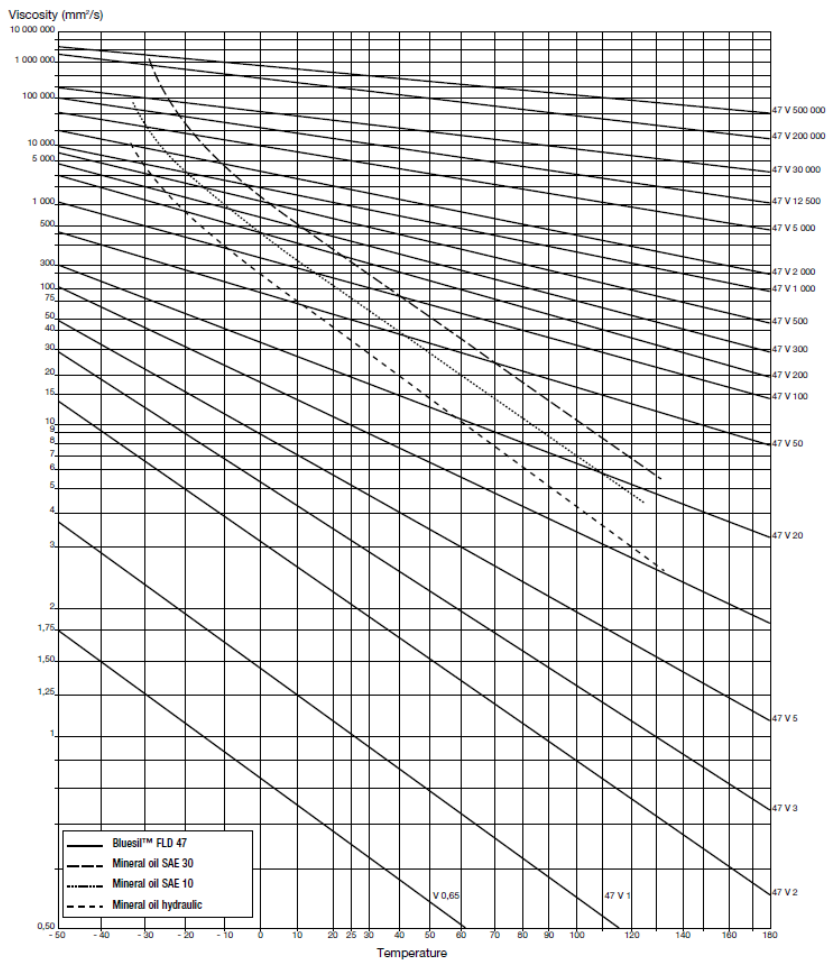


FIGURE 5.21 – Variation de la viscosité en fonction de la température pour la Bluesiel FLD 47 (V0.65 à V500000)

Caractéristiques de la photodiode Thorlabs DET 10A /M

Electrical Specifications			General	
Detector		Silicon	On/Off Switch	Slide
Active Area		Ø1.0 mm (0.8 mm²)	Battery Check Switch	Momentary Pushbutton
Wavelength Range	$\lambda$	200 to 1100 nm	Output	BNC (DC Coupled)
Peak Wavelength	$\lambda_p$	730 nm (typ)	Package Size	2.8" x 1.9" x 0.83" (70 mm x 48 mm x 21 mm)
Peak Response²	$\mathfrak{R}(\lambda_p)$	0.44 A/W (typ)	PD Surface Depth	0.13" (3.4 mm)
Shunt Resistance	$R_{sh}$	1 GΩ (typ)	Weight	0.2 kg
Diode Capacitance	$C_j$	6 pF (typ)	Accessories	SM1T1 Coupler SM1RR Retainer Ring
Rise Time²,³	$t_r$	1 ns (typ)	Storage Temp	-20 to 70 °C
NEP (830 nm, 10 V)	W/√Hz	1.2 x 10 <sup>-13</sup> (typ)	Operating Temp	10 to 50 °C
Photodiode Bias Voltage	$V_R$	10 V	Battery	A23, 12 V <sub>DC</sub> , 40 mAh
Dark Current² (with 1 MΩ Load)	$I_D$	0.3 nA (Typ) 2.5 nA (Max)	Low Battery Voltage⁴	(See Battery Check)
Output Voltage	$V_{OUT}$	0 to 10 V	$V_{OUT}$ (Hi-Z)	~9 V
			$V_{OUT}$ (50Ω)	~400 mV

## Protocoles de micro-fabrication des surfaces

Les surfaces texturées fabriquées durant cette thèse ont l'originalité d'être en polymère photoréticulable aux U.V adhésive au verre (colle Norland Optical Adhesive 81). Ce matériau diffère de celui classiquement utilisé sur les *wafer* silicone (résine SU8 MicroChem). Le support final demande de suivre un protocole très précis qui est résumé ici.

### Lithographie

La première étape est de dessiner la géométrie des textures (en 2D) sur un logiciel CAO. Le logiciel *AUTOCAD* a été choisi. La taille du dessin est limitée par celle du wafer dont la taille maximale est de 4 pouces (environ 10 cm). Dans notre cas les textures représentent des carrés de 25 cm de côté ce qui correspond précisément à la largeur d'une lame de verre de microscope standard. Après avoir précisé la polarité, le fichier est envoyé à une société spécialisée pour être imprimé sur une feuille plastifiée transparente pour constituer un *masque*. La précision de l'impression est de 50800 dpi (2 points par micron). Il est généralement plus précis d'utiliser un masque en chrome dont la résolution est de l'ordre de 500 nm mais c'est une solution trop couteuse au vu du nombre de surfaces texturées à produire.

La seconde étape est la conception du premier moule (négatif) sur un wafer en silicone. Elle se fait par les procédés de photolithographie qui sont très classiques en salle blanche. Tout d'abord, il faut placer le wafer sur une plaque à 200 degrés pendant 10 minutes afin d'enlever toute bulle potentiellement présente. On y dépose ensuite une résine epoxy photoréticulable (SU8 MicroChem) avant de *spin-coater* à un nombre de tours correspondant à une épaisseur précise (par exemple, 2000 tr/min avec de la SU8 3035 pour obtenir une épaisseur de 50  $\mu m$ ). Le *spin-coatage* engendre la formation d'un bourrelet sur les bords du wafer, il faut donc éviter cette zone pour les textures. Pour évacuer la quantité d'eau présente dans la résine et créer une précontrainte, le wafer est chauffé d'abord à 65 degrés, puis à 95 degrés (*soft bake*). Le temps de cuisson est précisé dans la *datasheet* de la résine.

Le wafer enduit est ensuite placée dans une *aligneuse* qui va exposer la résine aux ultraviolets pendant une dizaine de secondes à travers le masque transparent. Les zones noires restent molles et les zones transparentes laisse passer les U.V pour durcir les motifs. Le temps d'exposition dépend une nouvelle fois de l'épaisseur. Il est généralement compris entre 10 et 25 secondes.

Le wafer est ensuite réchauffé à 65 puis 95 degrés (*post bake*). Cette étape accélère notamment la cinétique de réaction (catalyse). La matière non réticulée est finalement enlevée en plaçant le wafer dans un bain de solvant adapté (*SU8 developer*) qui va dissoudre la résine. Cette étape peut être longue (une trentaine de minute) pour des épaisseurs supérieures à 100  $\mu m$ . A la fin de ce temps, le wafer est rincé au *developer* (10 sec) et à l'isopropanol (10 sec), puis sécher avec de l'air compressé. Si des craquelures sont visibles au profilomètre, il est possible de diminuer leur présence en faisant un *hard bake*. Il s'agit d'une cuisson à 200 degrés pendant une dizaine de minutes et qui fait "fondre" ces craquelures.

Ces nombreuses étapes nous donne un premier moule de notre surface texturée (Figure 5.22). Elles qui sont déterminantes par la suite car nous allons dupliquer ce moule plusieurs fois. Une limite de ce procédé concerne le rapport d'aspect des textures : il est très difficile d'avoir une hauteur de piliers correspondant à plus de 4 fois leur largeur. En effet, plus le rapport d'aspect est grand, plus il est difficile de dissoudre la résine au fond des piliers. De plus, cela nécessite un temps d'exposition plus long qui complique la phase de développement.

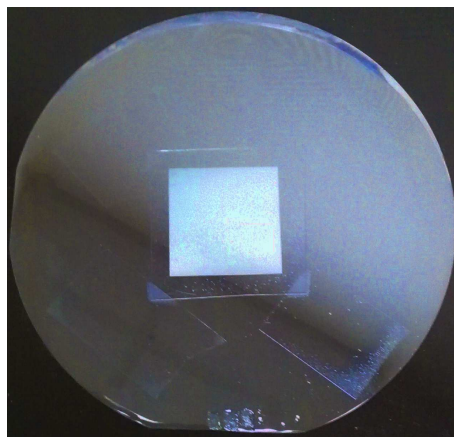


FIGURE 5.22 – Exemple d'une surface texturée en résine SU8 sur un wafer en silicone

## Contre-moule en PDMS

Comme nous l'avons justifié Chapitre 2, le wafer enduit de SU8 n'est pas un bon support final pour nos manipulations de par sa fragilité, sa taille, et ses propriétés élastiques. Des textures en résine photoréticulable NOA 81 sur une lame de verre constitue par contre un support idéal. Pour arriver à ce résultat, il est nécessaire de faire un moule de nos textures en PDMS.

Le PDMS est sans doute le polymère le plus utilisé en microfluidique car il permet la duplication d'un timbre à l'infini. Ces techniques, dites de "soft-lithography", ont l'avantage d'être très peu coûteuse. Le PDMS est fabriqué à partir d'une base et d'un réticulant (*Sylgard 184* dans notre cas). Pour obtenir un PDMS solide, la proportion massique à respecter est de 1 pour 10. Une fois ces 2 composants mélangés, le liquide est placé dans un tube *Falcon* et centrifugé pendant une minute afin de faire remonter les bulles d'air. Le PDMS est alors versé sur le wafer que l'on place dans une cloche à vide. Le dégazage prend environ 1h. Le wafer est ensuite placé dans un four à 70 degrés pendant 2h pour accélérer la réticulation. Lorsque le PDMS a bien été réticulé, il suffit de le décoller délicatement du wafer. Nous obtenons ainsi un timbre positif.

Remarque : Il est possible de faire un contre-moule en PDMS de ce réseau pour conserver le côté négatif. Pour effectuer un moulage du PDMS sur lui-même, un traitement de surface est nécessaire. Il consiste dans un premier temps à exposer le PDMS à un plasma à oxygène (300 mTorr pendant 30 secondes) pour le stériliser et le rendre hydrophile. Dans un second temps, une silanisation est faite en déposant une goutte de silane à quelques centimètre du moule dans un environnement fermé et dépourvu d'humidité. Cette étape a pour but de rendre la surface chimiquement inerte.

## NOA 81 sur lame de verre

La présence d'oxygène diffus dans la matrice poreuse du moule en PDMS permet à la colle NOA de ne pas y adhérer après une courte exposition aux U.V. La colle NOA est d'abord chauffée à 50 degrés pour être fluidifiée. Elle est ensuite étalée proprement sur le moule en PDMS. Cette étape est délicate car il faut éviter la présence de bulle d'air d'une part et s'assurer que la texture est complètement imbibée d'autre part. Visuellement, l'imbibition engendre une différence de contraste du timbre. Le tout est ensuite plaqué contre une lame de verre de microscope. Une technique possible d'imprégnation des textures est d'utiliser la force capillaire du liquide. On dépose un filet de liquide sur la lame de verre et on y plaque un des bord du moule en PDMS. Les textures s'imprègnent ainsi petit à petit sur une échelle de temps longue (loi de Washburn).

L'ensemble est ensuite illuminé sous UV pendant 8 secondes à 30 % d'intensité de la lampe ce qui permet la réticulation de la NOA excepté au contact du PDMS. Le moule est ensuite retiré délicatement de la lame de verre. Cette dernière est finalement réinsolée une seconde fois aux U.V pendant 2 minutes à 100 % d'intensité (blindage). L'adhésion de la colle sur le verre est maximal et les textures atteignent leur maximum de rigidité. Le support final est présenté Figure 5.23.

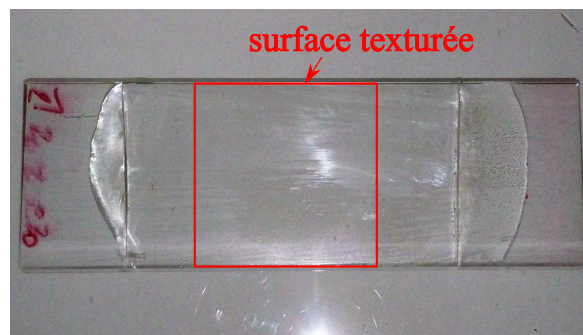


FIGURE 5.23 – Exemple de surface texturée en NOA (piliers carrés) sur lame de verre

## Exemples de reproductibilité des résultats

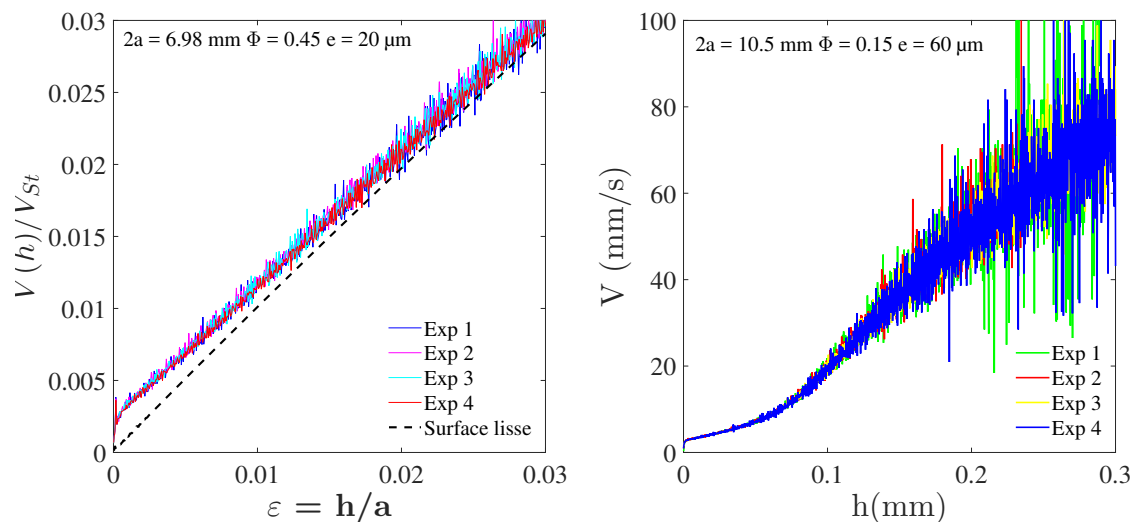


FIGURE 5.24 – Reproductibilité des expériences pour des surfaces texturées. A gauche, cas où  $Re \ll 1$ . A droite, cas où  $Re = O(1)$  et  $St = 2.5$

## Figures complémentaires du chapitre 4

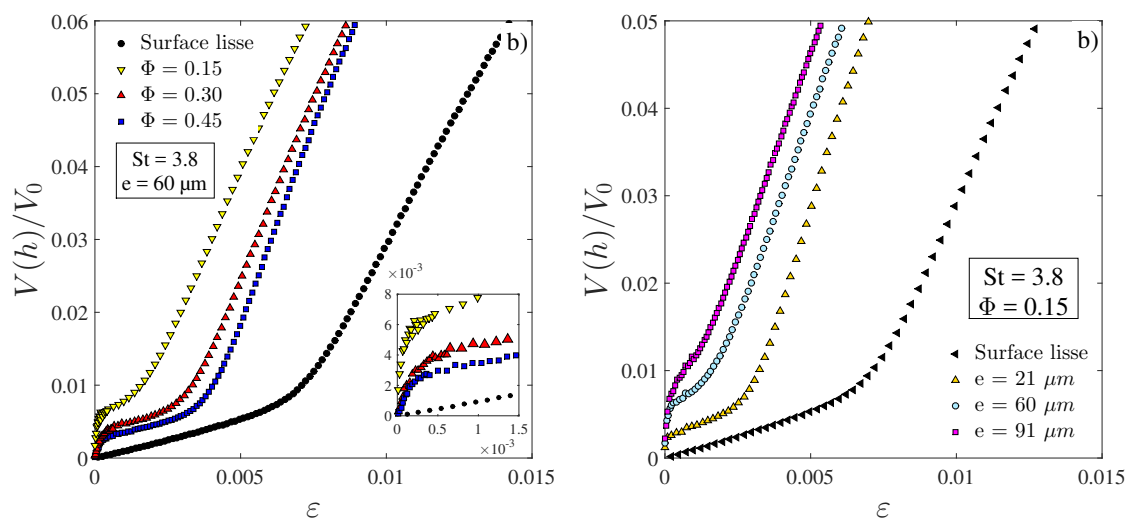


FIGURE 5.25 – Courbes adimensionnelles de la vitesse en fonction de la distance. (a) Influence de la fraction surfacique à  $St = 3.8$ ,  $e = 20 \mu\text{m}$  b) Influence de la hauteur des piliers à  $St = 3.8$  et  $\Phi = 0.15$

## Remarques sur l'effet de la température

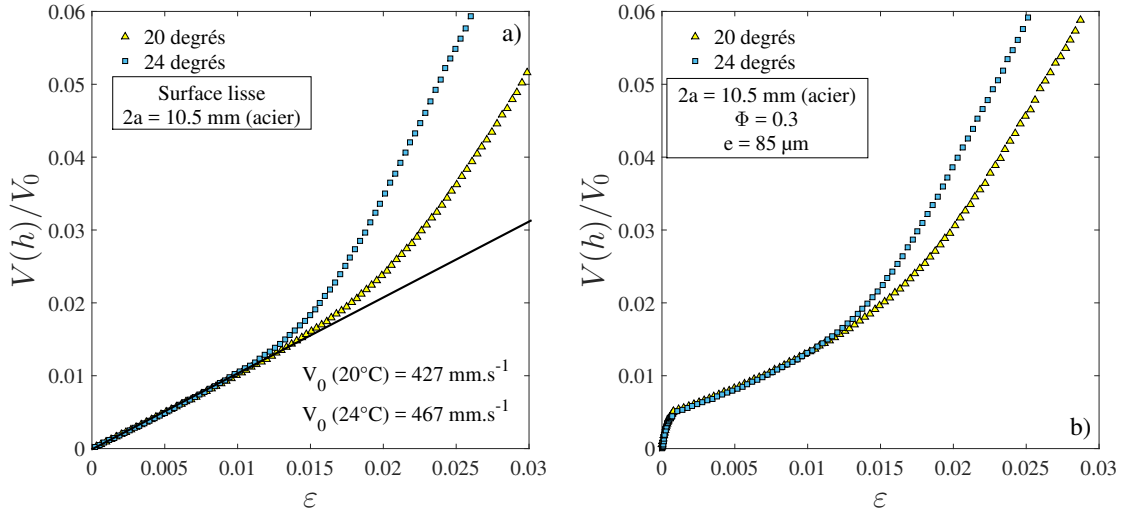


FIGURE 5.26 – Influence de la température a) surface lisse et  $St = 2.5$  b) surface texturée  $\Phi = 0.3$   $e = 85 \mu\text{m}$

La température de la salle d'expérimentation est difficilement contrôlable et dépend principalement des conditions climatiques extérieures. Le fluide est donc sujet à de légères variations de viscosité qui ont une influence sur la dynamique. Nous avons voulu quantifier ces effets pour les deux températures extrêmes mesurées pour différentes expériences ( $20^\circ\text{C}$  et  $24^\circ\text{C}$ ). Le résultat est montré Figure 5.26 dans le cas d'une bille de diamètre  $2a = 10.5 \text{ mm}$  et en variables adimensionnelles. Les nombres de Stokes sont respectivement  $St = 2.2$  à  $20^\circ\text{C}$  et  $St = 2.5$  à  $24^\circ\text{C}$ . Les distances critiques sont donc différentes :  $\varepsilon_c = 0.015$  à  $24^\circ\text{C}$  et  $\varepsilon_c = 0.012$  à  $20^\circ\text{C}$ . Les valeurs de la vitesse  $V_0$  sont également différentes :  $V_0(20^\circ\text{C}) = 427 \text{ mm.s}^{-1}$  et  $V_0(24^\circ\text{C}) = 467 \text{ mm.s}^{-1}$ . Ces valeurs peuvent être corrélées avec la température en utilisant la loi de variation de la viscosité en fonction de la température donnée par le constructeur (équation 5.35) :

$$\nu = \nu^0 \exp \left[ B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T^0} \right) \right] \quad (5.35)$$

avec  $T^0 = 298 \text{ K}$ ,  $T$  en Kelvin,  $B = 1863 \text{ K}$ ,  $\nu^0$  la viscosité à  $25^\circ\text{C}$  et  $\nu$  la viscosité du fluide en  $\text{mm}^2.\text{s}^{-1}$ . Prenons par exemple le cas des 2 courbes Figure 5.26b : pour  $T = 20^\circ\text{C}$  et  $T = 24^\circ\text{C}$ , l'équation (5.35) prédit respectivement des viscosités  $\nu(T = 20^\circ\text{C}) = 1109 \text{ mm}^2.\text{s}^{-1}$  et  $\nu(T = 24^\circ\text{C}) = 1018 \text{ mm}^2.\text{s}^{-1}$ . Or nous avons les rapports :

$$\frac{V_0(24^\circ\text{C})}{V_0(20^\circ\text{C})} = \frac{427}{467} = 0.9143 \quad \text{et} \quad \frac{\nu(24^\circ\text{C})}{\nu(20^\circ\text{C})} = \frac{1018}{1109} = 0.9179 \quad (5.36)$$

Ainsi, le rapport des viscosités est égal au rapport des vitesses caractéristiques  $V_0$  : les deux valeurs coïncident à 0.003 près ce qui montre bien qu'il est possible de quantifier l'effet de la température de l'huile sur la dynamique de la sphère dans la région  $\varepsilon \ll 1$ .

## Données expérimentales du chapitre 5

$\Phi = 0,05$																				
e	2a	matériaux	St	V <sub>i</sub>	Temp	V <sub>i</sub>	V <sub>i</sub> error	V <sub>r</sub>	$\delta_{max}$	$\delta_{max}$ error	$\tau_{max}$	$\tau_{max}$ error	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub>	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub> error	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub>	$\delta_{max}$ cons	$\eta_p$	$\tau_r$	E <sub>dis</sub>	$\delta_{max}$ dissip
mm	mm			mm/s	°C	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	ms	ms		mm/s	mm/s	mm/s	exp	exp	mm
130	12,7	acier	3,82	338,62	21°	39,12	0,614	22,01	6,82	1,39	0,776	0,1145	0,563	0,0090	0,0650	9,68E-06	4,03E-05	2,92E-04	4,16E-06	7,30E-06
57	14	acier	4,68	375,93	21°	21,67	0,7755	9,6	3,35	0	0,776	0	0,443	0,0164	0,0255	5,29E-06	5,66E-05	4,10E-04	1,96E-06	3,98E-06
89	14	acier	4,68	375,93	21°	44,86	2,072	22,54	7,6	2,84	0,768	0,2175	0,502	0,0243	0,0600	9,97E-06	2,65E-05	1,92E-04	6,29E-06	7,33E-06
130	14	acier	4,68	375,93	21°	53,51	0,7505	26,33	8,4	1,46	0,71	0,0955	0,492	0,0070	0,0700	1,27E-05	4,84E-05	3,51E-04	1,14E-05	9,51E-06
57	15	acier	5,36	402,27	21°	40,24	0,227	16,82	5,04	0,89	0,663	0,092	0,418	0,0024	0,0418	8,37E-06	5,58E-05	4,04E-04	8,73E-06	6,05E-06
89	15	acier	5,36	402,27	21°	53,33	0,5815	22,63	6,35	1,23	0,649	0,086	0,424	0,0047	0,0563	1,17E-05	7,83E-05	5,67E-04	1,65E-05	8,58E-06
130	15	acier	5,36	402,27	21°	77,42	0,8565	37,07	13,27	0	0,857	0	0,479	0,0054	0,0922	1,70E-05	2,39E-05	1,73E-04	2,18E-05	1,25E-05
57	15,87	acier	6,82	424,23	21°	74,49	0,7405	26,96	9,48	0	0,741	0	0,362	0,0036	0,0636	1,31E-05	2,60E-05	1,88E-04	2,81E-05	9,04E-06
89	15,87	acier	6,82	424,23	21°	72,17	0,663	29,34	8,25	0	0,663	0	0,407	0,0038	0,0692	1,49E-05	6,93E-05	5,02E-04	3,53E-05	1,07E-05
57	8	tungstène	4,9	344,54	21°	54,17	0,075	26,12	5,65	0,58	0,505	0,042	0,482	0,0007	0,0758	8,46E-06	3,05E-05	2,21E-04	4,31E-06	5,63E-06
89	8	tungstène	4,9	344,54	21°	61,07	0,451	34,84	5,89	0	0,451	0	0,570	0,0042	0,1011	1,06E-05	5,85E-05	4,24E-04	6,47E-06	7,31E-06
130	8	tungstène	4,9	344,54	21°	76,9	0,5625	42,68	9,46	0	0,563	0	0,555	0,0041	0,1239	1,41E-05	3,49E-05	2,53E-04	8,60E-06	9,81E-06
$\Phi = 0,15$																				
e	2a	matériaux	St	V <sub>i</sub>	Temp	V <sub>i</sub>	V <sub>i</sub> error	V <sub>r</sub>	$\delta_{max}$	$\delta_{max}$ error	$\tau_{max}$	$\tau_{max}$ error	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub>	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub> error	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub>	$\delta_{max}$ cons	$\eta_p$	$\tau_r$	E <sub>dis</sub>	$\delta_{max}$ dissip
mm	mm			mm/s	°C	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	ms	ms		mm/s	mm/s	mm/s	exp	exp	mm
60	14	acier	4,68	375,93	21°	16,19	0,429	8,79	2,45	1,059	0,63	0,17	0,543	0,0148	0,0234	3,07E-06	1,83E-05	1,33E-04	7,25E-07	2,17E-06
91	14	acier	4,68	375,93	21°	18,97	0,86	10,67	2,33	1,39	0,53	0,21	0,562	0,0267	0,0284	3,92E-06	5,77E-05	4,18E-04	1,59E-06	2,89E-06
117	14	acier	4,68	375,93	21°	20,71	1,735	13,95	2,77	2,24	0,505	0,305	0,674	0,0616	0,0371	4,53E-06	5,59E-05	4,05E-04	1,85E-06	3,31E-06
60	15	acier	5,36	402,27	21°	38,59	0,3475	21,75	5,33	0,92	0,573	0,0695	0,564	0,0051	0,0541	5,74E-06	4,31E-04	3,12E-05	2,06E-06	3,77E-06
91	15	acier	5,36	402,27	21°	37,07	0,2095	24,18	5,26	0,37	0,58	0,0315	0,652	0,0037	0,0601	6,42E-06	1,45E-05	1,05E-04	4,27E-06	4,41E-06
117	15	acier	5,36	402,27	21°	34,99	1,008	22,27	5,06	1,62	0,612	0,064	0,636	0,0189	0,0554	6,72E-06	2,42E-05	1,75E-04	4,84E-06	4,75E-06
117	15	acier	5,36	402,27	25°	67,59	0,4545	40,24	8,89	0,113	0,568	0,0025	0,595	0,0040	0,1000	1,04E-05	1,00E-05	7,26E-05	1,20E-05	6,91E-06
60	15,87	acier	6,82	424,23	21°	62,84	0,1885	27,09	8,27	0,47	0,659	0,0285	0,431	0,0013	0,0639	8,25E-06	-1,00E-03	-7,28E-07	-1,99E-07	5,20E-06
91	15,87	acier	6,82	424,23	21°	67,88	2,047	34,35	9,9	2,69	0,643	0,129	0,506	0,0157	0,0810	9,98E-06	4,58E-03	3,32E-06	9,27E-07	6,52E-06
117	15,87	acier	6,82	424,23	25°	92,44	0,638	54,7	13,2	0	0,638	0	0,592	0,0041	0,1289	1,33E-05	5,56E-03	4,03E-06	2,12E-06	8,66E-06
60	8	tungstène	4,9	344,54	21°	25	0,411	17,72	2,35	0	0,411	0	0,709	0,0118	0,0514	3,56E-06	2,90E-05	2,10E-04	9,32E-07	2,30E-06
91	8	tungstène	4,9	344,54	21°	36,32	0,474	21,59	3,9	0	0,474	0	0,594	0,0079	0,0627	5,25E-06	1,92E-05	1,39E-04	1,63E-06	3,41E-06
117	8	tungstène	4,9	344,54	21°	43,34	0,4	34,78	4,2	0,747	0,347	0,033	0,802	0,0075	0,1009	6,42E-06	3,10E-05	2,25E-04	2,83E-06	4,21E-06
$\Phi = 0,30$																				
e	2a	matériaux	St	V <sub>i</sub>	Temp	V <sub>i</sub>	V <sub>i</sub> error	V <sub>r</sub>	$\delta_{max}$	$\delta_{max}$ error	$\tau_{max}$	$\tau_{max}$ error	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub>	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub> error	V <sub>r</sub> /V <sub>i</sub>	$\delta_{max}$ cons	$\eta_p$	$\tau_r$	E <sub>dis</sub>	$\delta_{max}$ dissip
mm	mm			mm/s	°C	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	mm/s	ms	ms		mm/s	mm/s	mm/s	exp	exp	mm
57	15	acier	5,36	402,27	21°	22,54	0,465	13,81	2,3	0	0,465	0	0,613	0,0129	0,0343	3,13E-06	1,93E-05	1,40E-04	2,11E-06	2,00E-06
85	15	acier	5,36	402,27	21°	23,97	0,41	14,87	2,3	0	0,41	0	0,620	0,0108	0,0370	3,73E-06	3,88E-05	2,81E-04	3,03E-06	2,48E-06
121	15	acier	5,36	402,27	21°	19,23	0,09	9,4	2,25	0,48	0,57	0,09	0,489	0,0023	0,0234	3,62E-06	4,60E-05	3,33E-04	1,94E-06	2,54E-06
121	15	acier	5,36	402,27	25°	54,79	0,45	37,81	6,16	0	0,45	0	0,690	0,0057	0,0940	7,27E-06	9,04E-04	6,55E-05	8,13E-06	4,60E-06
121	15,9	acier	6,82	424,23	21°	29,65	0,5475	18,53	3,88	0	0,548	0	0,625	0,0118	0,0437	5,02E-06	1,90E-05	1,38E-04	3,89E-06	3,42E-06
121	15,9	acier	6,82	424,23	25°	55,41	0,452	48,15	6,16	0	0,452	0	0,869	0,0071	0,1135	7,62E-06	1,23E-05	8,94E-05	1,19E-05	4,86E-06

FIGURE 5.27 – Valeurs des vitesses d'impact  $V_i$ , de rebond  $V_r$ , d'interpénétration maximal  $\delta_{max}$  et du temps de contact maximal  $\tau_{max}$



PHYSICAL REVIEW E **87**, 011002(R) (2013)**Effective hydrodynamic boundary conditions for microtextured surfaces**Anne Mongruel,<sup>1</sup> Thibault Chastel,<sup>1</sup> Evgeny S. Asmolov,<sup>2,3,4</sup> and Olga I. Vinogradova<sup>2,5,6</sup><sup>1</sup>*Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes (PMMH), UMR 7636 CNRS; ESPCI ParisTech; Université Pierre et Marie Curie (UPMC); Université Paris Diderot (Paris 7) 10 rue Vauquelin, 75231 Paris cedex 05, France*<sup>2</sup>*A.N. Frumkin Institute of Physical Chemistry and Electrochemistry, Russian Academy of Sciences, 31 Leninsky Prospect, 119991 Moscow, Russia*<sup>3</sup>*Central Aero-Hydrodynamics Institute, 1 Zhukovsky Street, Zhukovsky, Moscow Region 140180, Russia*<sup>4</sup>*Institute of Mechanics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 119992 Moscow, Russia*<sup>5</sup>*Department of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 119991 Moscow, Russia*<sup>6</sup>*DWI, RWTH Aachen, Forckenbeckstrasse 50, 52056 Aachen, Germany*

(Received 26 March 2012; published 8 January 2013)

Understanding the influence of topographic heterogeneities on liquid flows has become an important issue with the development of microfluidic systems, and more generally for the manipulation of liquids at the small scale. Most studies of the boundary flow past such surfaces have concerned poorly wetting liquids for which the topography acts to generate superhydrophobic slip. Here we focus on topographically patterned but chemically homogeneous surfaces, and measure a drag force on a sphere approaching a plane decorated with lyophilic microscopic grooves. A significant decrease in the force compared with predicted even for a superhydrophobic surface is observed. To quantify the force we use the effective no-slip boundary condition, which is applied at the imaginary smooth homogeneous isotropic surface located at an intermediate position between the top and bottom of grooves. We relate its location to a surface topology by a simple, but accurate analytical formula. Since grooves represent the most anisotropic surface, our conclusions are valid for any texture, and suggest rules for the rational design of topographically patterned surfaces to generate desired drag.

DOI: [10.1103/PhysRevE.87.011002](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.011002)

PACS number(s): 47.90.+a, 68.08.-p, 68.35.Ct

**I. INTRODUCTION**

The advent of microfluidics has motivated the growing interest in understanding and modeling of flows at small scales or in tiny channels. In recent years it has become clear that the no-slip boundary condition at a solid-liquid interface is valid only for smooth hydrophilic surfaces [1–4], and for many other systems it does not apply when the size of a system is reduced. Thus the hydrophobicity of smooth surfaces could induce a partial slippage,  $v_s = b \partial v / \partial z$ , where  $v_s$  is the velocity at the wall,  $b$  is the slip length, and the axis  $z$  is normal to the surface [5]. This concept is now well supported by nanorheology measurements [1,2,4].

However, only very few solids are molecularly smooth. Most of them are rough, often at a micrometer scale. This roughness may be induced by some processes of fabrication or coating, but microtextures are also found on the surfaces of most plants and animals. In particular, many solids are naturally striated by grooves, which can also be prepared for specific microfluidic purposes, such as passive chaotic mixing [6,7]. Most studies of flow past rough surfaces have concerned poorly wetting liquids for which the topography acts to favor the formation of trapped gas bubbles (Cassie state), and to generate superhydrophobic slippage [8,9]. For rough wettable surfaces the situation is unclear, and opposite conclusions have been made: one is that roughness generates extremely large slip [10], and the other is that it decreases the degree of slippage [11]. Recent data (supported by simulations [12]) suggest that the description of flow near rough surfaces has to be corrected, but rather for a separation, not a slip [13,14]. Another suggestion is to combine these two models [15].

In this Rapid Communication we describe how the boundary conditions can be modified by the surface texture. We

focus on the case of special interest where this model surface is decorated by rectangular microgrooves, i.e., on the situation of the largest possible anisotropy of the flow. We analyze the hydrodynamic interaction between a smooth sphere and a grooved plane, as sketched in Fig. 1, and the texture parameters are systematically varied at the micrometer level, in order to investigate their influence on a drag force. Our results do not support some previous experimental conclusions on a large slip for similar systems. Instead, we unambiguously prove the concept of an effective no-slip plane shifted down from the top of roughness. In this study, experimentally found values of this shift were quantified theoretically and related analytically to controlled parameters of topographic patterns.

**II. EXPERIMENT**

We use a specially designed homemade setup [16–18] to measure on a microscale the displacement of a sphere towards the corrugated wall at constant gravity force. The steel sphere of density  $\rho_p = 7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  and radii ranging from 3.5 to 6.35 mm is embedded in a liquid contained in a cylindrical glass vessel with a 50 mm diameter and a 40 mm height. As a liquid we have chosen high molecular weight PDMS (silicone) oil (47V100000 Rhodorsyl oil, from Rhone-Poulenc), with dynamic viscosity  $\mu = 97.8 \text{ Pa s}$  at 25 °C, which is Newtonian for shear rates up to  $100 \text{ s}^{-1}$ . Such shear rates are never reached in our experiment.

The microstructured surfaces were created by common soft lithography, in a three step process, transferring geometric shapes from a mask: first to a silicon wafer coated with a (SU8) photoresist, second to a replica molding obtained by soft imprint of a thermoretractable PDMS, and finally to a replica of

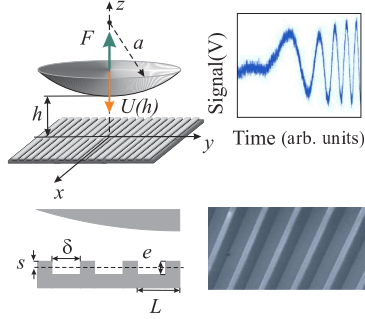


FIG. 1. (Color online) Sketch of a sphere approaching a model grooved surface (left) with the example of a typical experimental signal and a scanning electron micrograph (taken under an angle) of the surface obtained by a soft lithography (right).

the PDMS mold by soft imprint of a thiolene based resin (NOA 81, Norland optical adhesives) on glass microscope slides (to be fixed at the bottom of the vessel). This resin was chosen for its resistance to compression and to solvent swelling, and for its good adhesion to glass [19]. The final structures are checked by scanning electron microscopy (see Fig. 1). The textures are characterized by spacing  $\delta$ , height  $e$ , and period  $L$ . The liquid fraction  $\phi = \delta/L$  can be precisely measured since it is the ratio of the upper surface of the crenellations over the total surface of the sample. It varies largely with the patterns (from 0.1 to 0.9), and  $e/L$  varies from 0.168 to 0.45, as displayed in Table I. Contact angles against PDMS for all textures were found to be below  $30^\circ$ , so that surfaces can be considered as lyophilic. Therefore, we expect PDMS to invade the surface texture (Wenzel state).

We measure the distance  $h$ , which is defined from the top of the textures (contact) by using an interferometric technique [16–18] with accuracy  $0.2 \mu\text{m}$ . The velocity  $U(h)$  of the sphere is found by multiplying the velocity of interference fringes displacement by a factor of  $\lambda/2n$ , where  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  is the wavelength of the He-Ne laser, and  $n = 1.404$  is the refraction index of PDMS. After optoelectronic conversion and amplification, the signal is recorded with a high frequency electronic oscilloscope (DPO4032 from Tektronics). A deceleration of the sphere (Fig. 1) is reflected in the increase of the period of the signal, until contact occurs, and its position is defined

TABLE I. Parameters of the textured samples and the shift of effective hydrodynamic wall,  $s$ .

No.	$L$ ( $\mu\text{m}$ )	$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	$\phi$	$e$ ( $\mu\text{m}$ )	$s$ , experiment ( $\mu\text{m}$ )	$s$ , theory [Eqs. (4), (6), and (7)] ( $\mu\text{m}$ )
1	100	50	1/2	45	$5 \pm 0.1$	5.5
2	150	50	1/3	45	$4.2 \pm 0.3$	3.5
3	150	100	2/3	45	$13 \pm 2$	11.8
4	200	100	1/2	76	$13 \pm 3$	10.4
5	200	100	1/2	45	$9 \pm 1.5$	8.3
6	250	25	1/10	42	$0.5 \pm 0.1$	0.6
7	250	225	9/10	42	$28.5 \pm 0.5$	23.5

from the recorded signal, at the time when the period of the signal becomes very large indicating a vanishing velocity. Note that the signal-to-noise ratio deteriorates at vanishing frequency, because the low frequency limit of the oscilloscope is reached. The measured frequency is averaged over seven to eight periods, except just before the contact, where no averaging is applied in order to capture the rapid velocity variations occurring in that region.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

Figure 2 shows the drag  $F$  (equal to the gravity force) scaled by the Stokes force  $F_{St} = 6\pi\mu aU(h)$ , i.e.,  $U(\infty)/U(h)$ . The solid line is a theoretical force (Taylor's equation) predicted for a case of smooth wall and no slippage at the surface:

$$F_T/F_{St} = a/h. \quad (1)$$

Also included are the experimental data for samples with similar  $e$ , but different  $\phi$  and  $L$ , which show deviations from the behavior predicted by Eq. (1). Close to the wall, for  $a/h > 50$ , the drag is always significantly less than the force near a smooth wall, and this reduction increases with  $\phi$ . To examine these deviations we evaluate a correction to the drag force,

$$f^*(h) = F(h)/F_T(h). \quad (2)$$

Note that in general, the case for a rough surface  $f^*$  should also depend on the radius of the sphere [12]. However, with our configuration geometry experimental data do not vary with  $a$ . This is well illustrated in Fig. 3(a), where the experimental values of  $f^*$  obtained with sample No. 7 at different  $a$  and plotted as a function of  $h/L$  collapse into a single curve, which tends to unity at large distances and decreases significantly when  $h$  becomes of the order of  $L$  and smaller. Since at short separations we observe  $f^* \rightarrow 0$ , one can conclude that slippage (which would lead to  $f^* \rightarrow 1/4$  [20]) obviously does not mimic roughness when  $h$  is small, by overestimating the drag force. The same remark concerns effective superhydrophobic slippage where  $f^* \rightarrow 2(4 - 3\phi)/(8 + 9\phi - 9\phi^2)$  [21] and is equal to  $\simeq 0.3$  for this particular sample.

Therefore, our experimental results are now compared with theoretical calculations made for an effective smooth plane shifted down from the top of the corrugations, i.e., by assuming

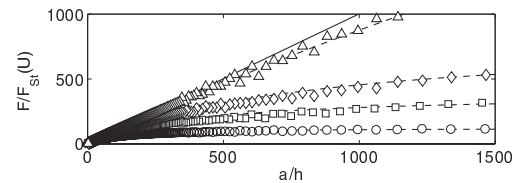


FIG. 2. Normalized drag (symbols) as a function of  $a/h$ . From top to bottom the data sets for samples Nos. 6, 2, 5, and 7 (see Table I). Solid line shows the theoretical prediction for a smooth lyophilic wall, Eq. (1), defined at the top of grooves. The dashed curves from top to bottom are calculations of the force expected for a smooth lyophilic wall shifted from the textured wall to a distance  $s = 0.5, 4.2, 9$ , and  $28.5 \mu\text{m}$ .

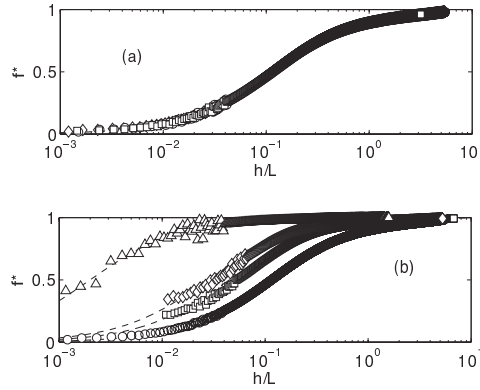


FIG. 3. Measured correction to drag (symbols) (a) for spheres of different radii ( $a = 3.5, 5.75, \text{ and } 6.35$  mm) interacting with sample No. 7. Dashed line shows the calculated correction, using  $s = 28.5 \mu\text{m}$  in Eq. (3), (b) for striped walls having nearly same  $e$ , but different  $\phi$  and  $L$ : from left to right: samples Nos. 6, 2, 5, and 7. Dashed lines: model, Eq. (3), with (a)  $s = 28.5 \mu\text{m}$  and (b) from left to right:  $s = 0.5, 4.2, 9, \text{ and } 28.5 \mu\text{m}$ .

$F(h) = F_T(h + s)$ , where  $s$  is the value of constant, i.e., independent on  $h$ , shift. This implies that

$$f^*(h) = \frac{F_T(h + s)}{F_T(h)} = \frac{h}{h + s}. \quad (3)$$

Figure 3(a) includes a calculation (dashed curve) in which an adjustable parameter, a shift of  $s = 28.5 \mu\text{m}$ , is incorporated into the Taylor equation. The fit is very good for all  $h$ , suggesting the validity of the model. Figure 3(b) shows another series of experiments made with the fixed radius of the sphere, but different parameters of the texture. If similar fits are made to a variety of experiments it is found that the shift of an equivalent plane required to fit each run increases from  $0.5 \mu\text{m}$  for sample No. 2 to  $28.5 \mu\text{m}$  for sample No. 7. In Table I we present the experimental values of  $s$  for different samples, and curves calculated with Eq. (3) are included in Figs. 2 and 3. The fit is excellent at all separations except as very small,  $h/L \leq 0.01$ . Thus our experiment shows that an effective (scalar) shift  $s$  is a unique physical parameter that fully quantifies drag reduction at a highly anisotropic corrugated surface. This striking result indicates that in our experiment pressure remains isotropic despite an anisotropy of the flow.

Now we try to relate  $s$  to parameters of textured surfaces. As proven in [17,21], for a large gap  $h \gg L$  the shift of the equivalent no-slip plane from the real surface is equal to the average of the eigenvalues of the effective slip-length tensor (at the slip plane defined at the top of asperities)

$$s \simeq \frac{b_{\text{eff}}^{\parallel} + b_{\text{eff}}^{\perp}}{2}. \quad (4)$$

Therefore, the problem of calculating  $s$  reduces to computing the two far-field eigenvalues  $b_{\text{eff}}^{\parallel}$  and  $b_{\text{eff}}^{\perp}$ , which attain the maximal and minimal directional slip lengths, respectively. In the limit  $e \ll L \ll h$ , the theory [22] predicts that the effective

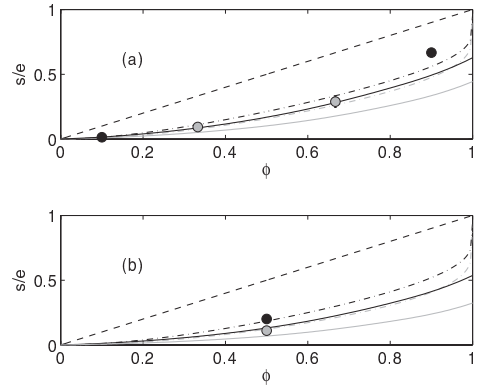


FIG. 4. Experimental values of  $s/e$  (symbols) as a function of  $\phi$  for grooves with similar heights, but different  $\phi$  and  $L$ . Lines show theoretical predictions, Eq. (4), where  $b_{\text{eff}}^{\parallel}$  and  $b_{\text{eff}}^{\perp}$  are calculated by using the analysis of [23] (solid lines), Eqs. (6) and (7) (dash-dotted lines), and Eq. (5) (dashed lines): (a) samples Nos. 6 and 7 (black), samples Nos. 2 and 3, (gray); (b) sample No. 5 (black) and sample No. 1 (gray).

no-slip surface for arbitrary smooth periodic surfaces is at the average height:

$$b_{\text{eff}}^{\parallel, \perp} \simeq \phi e, \quad (5)$$

so that  $s/e$  is controlled mainly by  $\phi$ . To examine the significance of  $\phi$  more closely, the experimental  $s$  normalized by  $e$  are reproduced in Fig. 4. The measured data show much smaller  $s/e$  than the theoretical prediction of model (5) shown by a dashed line. A possible explanation for this discrepancy is that the height of asperities in our experiments was not small enough,  $0.168 \leq e/L \leq 0.45$ . We also compared our data with another calculation (solid curves) for hydrophilic grooves with finite  $e/L$  based on numerical results [23] for eigenvalues of the slip-length tensor. Even at moderate  $e/L$  theoretical predictions for  $s$  [23] are much smaller than measured values.

An alternative model can be obtained if we use the analytic solutions for alternating slip and no-slip stripes [24]:

$$b_{\text{eff}}^{\parallel} \simeq \frac{L}{\pi} \frac{\ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \phi}{2} \right) \right]}{1 + \frac{L}{\pi e} \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \phi}{2} \right) + \tan \left( \frac{\pi \phi}{2} \right) \right]}, \quad (6)$$

$$b_{\text{eff}}^{\perp} \simeq \frac{L}{2\pi} \frac{\ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \phi}{2} \right) \right]}{1 + \frac{L}{2\pi e} \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \phi}{2} \right) + \tan \left( \frac{\pi \phi}{2} \right) \right]}, \quad (7)$$

where we naturally assumed that the local partial slip is equal to the height of grooves. Figure 4 shows that Eq. (4) together with Eqs. (6) and (7) (dashed curves) give almost quantitative agreement with experimental data. (We also include theoretical values of  $s$  in Table I to allow a direct comparison with experimental results.) Therefore, by using the equivalence of a flow past rough and heterogeneous surfaces at large scale, we were able to quantify a drag reduction at the smaller scale, of the order of the size of roughness elements. Note, however, that our results do not apply to a very thin gap situation  $h \ll L$ , where  $s$  scales with the channel width [25], which is again consistent with our experiment.

## IV. CONCLUDING REMARKS

We have studied a drag force on a sphere approaching a corrugated plane. Our experiment shows quantitatively that in this situation the effective no-slip boundary condition, which is applied at the imaginary smooth homogeneous isotropic surface located at an intermediate position between the top and bottom of grooves, fully mimics the actual one along the true corrugated interface, except as for a very thin gap. The location of this effective isotropic plane depends on the parameters of the texture, and can be found by using simple formulas for effective slip lengths in the limit of a thick channel. Since for grooves anisotropy is maximized, the

same conclusion would be valid for other types of anisotropic (e.g., sinusoidal, trapezoidal, and more) and/or isotropic (e.g., pillars, etc.) textures, but of course, Eqs. (6) and (7) should be replaced by analytical or numerical solutions for a corresponding texture, as will be described in subsequent papers. We have also demonstrated that topographically patterned (Wenzel) surfaces could reduce a drag force more efficiently compared to expected even for slipping superhydrophobic (Cassie) textures with trapped gas. Therefore, our results suggested rules and a general strategy for the rational design of topographically patterned surfaces to generate desired low drag.

- 
- [1] O. I. Vinogradova and G. E. Yakubov, *Langmuir* **19**, 1227 (2003).
  - [2] C. Cottin-Bizonne, B. Cross, A. Steinberger, and E. Charlaix, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 056102 (2005).
  - [3] L. Joly, C. Ybert, and L. Bocquet, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 046101 (2006).
  - [4] O. I. Vinogradova, K. Koynov, A. Best, and F. Feuillebois, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 118302 (2009).
  - [5] O. I. Vinogradova, *Int. J. Min. Process.* **56**, 31 (1999).
  - [6] A. D. Stroock, S. K. W. Dertinger, A. Ajdari, I. Mezić, H. A. Stone, and G. M. Whitesides, *Science* **295**, 647 (2002).
  - [7] F. Feuillebois, M. Z. Bazant, and O. I. Vinogradova, *Phys. Rev. E* **82**, 055301(R) (2010).
  - [8] J. P. Rothstein, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42**, 89 (2010).
  - [9] O. I. Vinogradova and A. V. Belyaev, *J. Phys.: Condens. Matter* **23**, 184104 (2011).
  - [10] E. Bonaccorso, H.-J. Butt, and V. S. J. Craig, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 144501 (2003).
  - [11] Y. Zhu and S. Granick, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 106102 (2002).
  - [12] C. Kunert, J. Harting, and O. I. Vinogradova, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 016001 (2010).
  - [13] O. I. Vinogradova and G. E. Yakubov, *Phys. Rev. E* **73**, 045302(R) (2006).
  - [14] A. Steinberger, C. Cottin-Bizonne, P. Kleimann, and E. Charlaix, *Nature Mater.* **6**, 665 (2007).
  - [15] S. Guriyanova, B. Semin, T. S. Rodrigues, H. J. Butt, and E. Bonaccorso, *Microfluid. Nanofluid.* **8**, 653 (2010).
  - [16] N. Lecoq, F. Feuillebois, N. Anthore, R. Anthore, F. Bostel, and C. Petipas, *Phys. Fluids* **5**, 3 (1993).
  - [17] N. Lecoq, R. Anthore, B. Cichocki, P. Szymczak, and F. Feuillebois, *J. Fluid Mech.* **513**, 247 (2004).
  - [18] A. Mongruel, C. Lamriben, S. Yahiaoui, and F. Feuillebois, *J. Fluid Mech.* **661**, 229 (2010).
  - [19] D. Bartolo, G. Degre, P. Nghe, and V. Struder, *Lab. Chip* **8**, 274 (2008).
  - [20] O. I. Vinogradova, *Langmuir* **11**, 2213 (1995).
  - [21] E. S. Asmolov, A. V. Belyaev, and O. I. Vinogradova, *Phys. Rev. E* **84**, 026330 (2011).
  - [22] K. Kamrin, M. Z. Bazant, and H. A. Stone, *J. Fluid Mech.* **658**, 409 (2010).
  - [23] C. Y. Wang, *Phys. Fluids* **15**, 1114 (2003).
  - [24] A. V. Belyaev and O. I. Vinogradova, *J. Fluid Mech.* **652**, 489 (2010).
  - [25] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevE.87.011002> for details of the theoretical solution for a thin channel situation.



# Bibliographie

- [1] F. Blanc, E. Lemaire, A. Meunier, and F. Peters, “Microstructure in sheared non-Brownian concentrated suspensions,” *Journal of Rheology* **57**, 273–292 (2013).  
*Cité page 7*
- [2] S. Herminghaus, “Dynamics of wet granular matter,” *Advances in Physics* **54**, 221–261 (2005).  
*Cité page 7*
- [3] R. Gupta and J. Fréchette, “Measurement and Scaling of Hydrodynamic Interactions in the Presence of Draining Channels,” *Langmuir* **28**, 14703–14712 (2012).  
*Cité pages 8 et 18*
- [4] C. Kunert, J. Harting, and O. I. Vinogradova, “Random-Roughness Hydrodynamic Boundary Conditions,” *Phys. Rev. Lett.* **105**, 016001 (2010).  
*Cité page 8*
- [5] P. Gondret, M. Lance, and L. Petit, “Bouncing motion of spherical particles in fluids,” *Physics of Fluids* **14**, 643–652 (2002).  
*Cité pages 7, 29, 31, 32, et 84*
- [6] R. H. Davis, D. A. Rager, and B. T. Good, “Elastohydrodynamic rebound of spheres from coated surfaces,” *J. Fluid Mech.* **468**, 107–119 (2002).  
*Cité pages 7 et 29*
- [7] A. Le Goff, “Figures d’impact : tunnels, vases, spirales et bambous,” Ph.D. thesis, Pierre et Marie Curie (2009).  
*Cité pages 7 et 8*
- [8] G. Barnocky and R. H. Davis, “Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres : Experimental verification,” *Physics of Fluids* **31**, 1324–1329 (1988).  
*Cité pages 7, 28, 29, 95, et 96*
- [9] G. G. Joseph, R. Zenit, M. L. Hunt, and A. M. Rosenwinkel, “Particle wall collisions in a viscous fluid,” *J. Fluid Mech.* pp. 329–346 (2001).  
*Cité pages 7, 29, 31, et 34*
- [10] A. D. Maude, “End effects in a falling-sphere viscometer,” *Br. J. Appl. Phys.* **12**, 293 (1961).  
*Cité page 13*
- [11] H. Brenner, “The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface,” *Chem. Eng. Sci* **16**, 242–251 (1961).  
*Cité page 13*

- [12] A. Ambari, B. Gauthier-Manuel, and E. Guyon, “Wall effects on a sphere translating at constant velocity,” *J. Fluid Mech.* **149**, 235–253 (1984).  
*Cité page 13*
- [13] N. Lecoq, “Etudes des interactions hydrodynamiques particule-parois par interférométrie laser,” Ph.D. thesis, Université de Rouen (1994).  
*Cité pages 13, 15, et 35*
- [14] R. G. Cox and H. Brenner, “The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface—II Small gap widths, including inertial effects,” *Chem. Eng. Sci* **22**, 1753–1777 (1967).  
*Cité page 13*
- [15] W. Hardy and I. Bircumshaw, “Bakerian Lecture. Boundary Lubrication. Plane Surfaces and the Limitations of Amontons’ Law,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **108**, 1–27 (1925).  
*Cité page 14*
- [16] J. R. Smart and D. T. L. Jr, “Measurement of the hydrodynamic surface roughness of non-colloidal spheres,” *Physics of Fluids* **1**, 52–60 (1989).  
*Cité page 16*
- [17] J. R. Smart, S. Beimfohr, and D. T. L. Jr, “Measurement of the translational and rotational velocities of a noncolloidal sphere rolling down a smooth inclined plane at low Reynolds number,” *Physics of Fluids* **5**, 13–24 (1993).  
*Cité page 16*
- [18] O. I. Vinogradova and G. E. Yakubov, “Surface roughness and hydrodynamic boundary conditions,” *Phys. Rev. E* **73**, 045302 (2006).  
*Cité page 17*
- [19] Y. Zhu and S. Granick, “Limits of the Hydrodynamic No-Slip Boundary Condition,” *Phys. Rev. Lett.* **88**, 106102 (2002).  
*Cité page 17*
- [20] C. Cottin Bizonne, S. Jurine, J. Baudry, J. Crassous, F. Restagno, and . Charlaix, “Nanorheology An investigation of the boundary condition at hydrophobic and hydrophilic interfaces,” *Eur. Phys. J. E* **9**, 47–53 (2002).  
*Cité page 17*
- [21] C. Cottin Bizonne, B. Cross, A. Steinberger, and E. Charlaix, “Boundary Slip on Smooth Hydrophobic Surfaces : Intrinsic Effects and Possible Artifacts,” *Phys. Rev. Lett.* **94**, 056102 (2005).  
*Cité page 17*
- [22] S. Leroy, A. Steinberger, C. Cottin-Bizonne, F. Restagno, L. Léger, and I. Charlaix, “Hydrodynamic Interaction between a Spherical Particle and an Elastic Surface : A Gentle Probe for Soft Thin Films,” *Phys. Rev. Lett.* **108**, 264501 (2012).  
*Cité page 17*

- 
- [23] A. Steinberger, C. Cottin-Bizonne, P. Kleimann, and E. Charlaix, “High friction on a bubble mattress,” *Nat Mater* **6**, 665–668 (2007).  
*Cité pages 17, 18, et 23*
  - [24] A. Maali, Y. Pan, B. Bhushan, and E. Charlaix, “Hydrodynamic drag-force measurement and slip length on microstructured surfaces,” *Phys. Rev. E* **85**, 066310 (2012).  
*Cité page 18*
  - [25] N. Lecoq, R. Anthore, B. Cichocki, P. Szymczak, and F. Feuillebois, “Drag force on a sphere moving towards a corrugated wall,” *J. Fluid Mech.* **513**, 247–264 (2004).  
*Cité pages 19, 20, et 22*
  - [26] N. Lecoq, “Boundary conditions for creeping flow along periodic or random rough surfaces : experimental and theoretical results,” *J. Phys. : Conf. Ser.* **392**, 012010 (2012).  
*Cité page 19*
  - [27] M. Z. Bazant and O. I. Vinogradova, “Tensorial hydrodynamic slip,” *J. Fluid Mech.* **613**, 125–134 (2008).  
*Cité page 20*
  - [28] E. S. Asmolov, A. V. Belyaev, and O. I. Vinogradova, “Drag force on a sphere moving toward an anisotropic superhydrophobic plane,” *Phys. Rev. E* **84**, 026330 (2011).  
*Cité pages 20 et 22*
  - [29] L. M. Hocking, “A moving fluid interface on a rough surface,” *J. Fluid Mech.* **76**, 801–817 (1976).  
*Cité page 20*
  - [30] C. Y. Wang, “Flow over a surface with parallel grooves,” *Physics of Fluids* **15**, 1114–1121 (2003).  
*Cité page 21*
  - [31] A. V. Belyaev and O. I. Vinogradova, “Effective slip in pressure-driven flow past superhydrophobic stripes,” *J. Fluid Mech.* **652**, 489–499 (2010).  
*Cité page 22*
  - [32] A. Mongrue, T. Chastel, E. S. Asmolov, and O. I. Vinogradova, “Effective hydrodynamic boundary conditions for microtextured surfaces,” *Phys. Rev. E* **87**, 011002 (2013).  
*Cité page 22*
  - [33] C. Ybert, C. Barentin, C. Cottin-Bizonne, P. Joseph, and L. Bocquet, “Achieving large slip with superhydrophobic surfaces : Scaling laws for generic geometries,” *Physics of Fluids* **19**, 123601 (2007).  
*Cité pages 23, 24, 66, 69, et 120*
  - [34] J. Yeom, D. D. Agonafer, J.-H. Han, and M. A. Shannon, “Low Reynolds number flow across an array of cylindrical microposts in a microchannel and figure-of-merit analysis of micropost-filled microreactors,” *J. Micromech. Microeng.* **19**, 065025 (2009).  
*Cité page 23*



- [35] J. Reed, “Energy losses due to elastic wave propagation during an elastic impact,” J. Phys. D : Appl. Phys. **18**, 2329 (1985).  
*Cité pages 24 et 115*
- [36] P. Gondret, E. Hallouin, M. Lance, and L. Petit, “Experiments on the motion of a solid sphere toward a wall : From viscous dissipation to elastohydrodynamic bouncing,” Physics of Fluids **11**, 2803–2805 (1999).  
*Cité pages 25 et 31*
- [37] A. t. Cate, C. H. Nieuwstad, J. J. Derksen, and H. E. A. V. d. Akker, “Particle imaging velocimetry experiments and lattice-Boltzmann simulations on a single sphere settling under gravity,” Physics of Fluids **14**, 4012–4025 (2002).  
*Cité page 25*
- [38] J. O. Marston, W. Yong, and S. T. Thoroddsen, “Direct verification of the lubrication force on a sphere travelling through a viscous film upon approach to a solid wall,” J. Fluid Mech. **655**, 515–526 (2010).  
*Cité pages 26, 29, et 30*
- [39] A. Mongruel, C. Lamriben, S. Yahiaoui, and F. Feuillebois, “The approach of a sphere to a wall at finite Reynolds number,” J. Fluid Mech. **661**, 229–238 (2010).  
*Cité pages 26, 27, 83, 85, 86, 91, et 92*
- [40] E. Iazard, T. Bonometti, and L. Lacaze, “Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid,” J. Fluid Mech. **null**, 422–446 (2014).  
*Cité pages 26, 27, 31, 32, 33, 34, 95, et 96*
- [41] R. H. Davis, J.-M. Serayssol, and E. J. Hinch, “The elastohydrodynamic collision of two spheres,” J. Fluid Mech. **163**, 479–497 (1986).  
*Cité pages 28, 29, et 30*
- [42] J. Wells, “Mathematical Modelling of Normal Collisions of Smooth Elastic Spheres in Liquid,” Powders & Grains pp. 45–50 (1993).  
*Cité pages 28, 29, et 30*
- [43] G. Lian, M. J. Adams, and C. Thornton, “Elastohydrodynamic collisions of solid spheres,” J. Fluid Mech. **311**, 141–152 (1996).  
*Cité pages 28, 29, et 30*
- [44] R. Zenit and M. L. Hunt, “Mechanics of Immersed Particle Collisions,” J. Fluids Eng. **121**, 179–184 (1999).  
*Cité page 29*
- [45] D. Legendre, C. Daniel, and P. Guiraud, “Experimental study of a drop bouncing on a wall in a liquid,” Physics of Fluids **17**, 097105 (2005).  
*Cité page 30*
- [46] E. Falcon, C. Laroche, S. Fauve, and C. Coste, “Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground,” Eur. Phys. J. B **3**, 45–57 (1998).  
*Cité page 32*

- 
- [47] E. Izard, “Modélisation des processus locaux dans le transport sédimentaire,” Ph.D. thesis, Université de Toulouse (2014).  
*Cité pages 31 et 117*
  - [48] K. Masmoudi, “Etudes des interactions hydrodynamiques particule - particules et particule - parois par interférométrie laser,” Ph.D. thesis, Université de Rouen (1998).  
*Cité page 35*
  - [49] K. Masmoudi, N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, and F. Feuillebois, “Accurate measurement of hydrodynamic interactions between a particle and walls,” *Experiments in Fluids* **32**, 55–65 (2002).  
*Cité page 35*
  - [50] C. Lamriben, “Effets faiblement inertiels en microhydrodynamique de la sédimentation d’une sphère près d’une paroi. Etude par interférométrie laser.” Master Physique des Liquides et Matière Molle, UPMC (2009).  
*Cité page 35*
  - [51] D. Bartolo, G. Degré, P. Nghe, and V. Studer, “Microfluidic stickers,” *Lab Chip* **8**, 274–279 (2008).  
*Cité page 51*
  - [52] Y. Xia and G. M. Whitesides, “Soft Lithography,” *Annual Review of Materials Science* **28**, 153–184 (1998).  
*Cité page 51*
  - [53] J. E. Drummond and M. I. Tahir, “Laminar viscous flow through regular arrays of parallel solid cylinders,” *Int. J. Multiphase Flow* **10**, 515–540 (1984).  
*Cité page 67*
  - [54] H. Hasimoto, “On the periodic fundamental solutions of the Stokes equations and their application to viscous flow past a cubic array of spheres,” *J. Fluid Mech.* **5**, 317–328 (1959).  
*Cité page 67*
  - [55] J. Happel, “Viscous flow relative to arrays of cylinders,” *AIChE J.* **5**, 174–177 (1959).  
*Cité page 67*
  - [56] S. Kuwabara, “The Forces experienced by Randomly Distributed Parallel Circular Cylinders of Spheres in a Viscous Flow at Small Reynolds Numbers,” *Journal of the Physical Society of Japan* **14**, 427–532 (1959).  
*Cité page 67*
  - [57] A. S. Sangani and A. Acrivos, “Slow flow past periodic arrays of cylinders with application to heat transfer,” *International Journal of Multiphase Flow* **8**, 193–206 (1982).  
*Cité page 67*
  - [58] J. Seiwert, C. Clanet, and D. Quéré, “Coating of a textured solid,” *J. Fluid Mech.* **669**, 55–63 (2011).  
*Cité pages 69, 75, et 78*
  - [59] O. Reynolds, *Philos. Trans. R. Soc. London* pp. 157–234 (1886).  
*Cité page 72*

- [60] E. Guyon, J.-P. Hulin, and L. Petit, Hydrodynamique Physique (CNRS - EDP Sciences, 2012), 3rd ed.  
*Cité page 84*
- [61] E. Falcon, “Comportements dynamiques associés a contact de Hertz : processus collectifs de collision et propagation d’ondes solitaires dans les milieux granulaires,” Ph.D. thesis, Université Claude Bernard - Lyon 1 (1997).  
*Cité page 111*
- [62] S. C. Hunter, “Energy absorbed by elastic waves during impact,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **5**, 162–171 (1957).  
*Cité page 115*
- [63] J. P. A. Tillett, “A Study of the Impact of Spheres on Plates,” *Proc. Phys. Soc. B* **67**, 677 (1954).  
*Cité pages 115 et 116*
- [64] C. Zener, “The Intrinsic Inelasticity of Large Plates,” *Phys. Rev.* **59**, 669–673 (1941).  
*Cité page 116*
- [65] M. G. Koller and H. Kolsky, “Waves produced by the elastic impact of spheres on thick plates,” *International Journal of Solids and Structures* **23**, 1387–1400 (1987).  
*Cité page 116*
- [66] G. G. Joseph and M. L. Hunt, “Oblique particle–wall collisions in a liquid,” *J. Fluid Mech.* **510**, 71–93 (2004).  
*Cité page 117*
- [67] A. Tuteja, W. Choi, M. Ma, J. M. Mabry, S. A. Mazzella, G. C. Rutledge, G. H. McKinley, and R. E. Cohen, “Designing Superoleophobic Surfaces,” *Science* **318**, 1618–1622 (2007).  
*Cité page 120*
- [68] J. D. Smith, R. Dhiman, S. Anand, E. Reza-Garduno, R. E. Cohen, G. H. McKinley, and K. K. Varanasi, “Droplet mobility on lubricant-impregnated surfaces,” *Soft Matter* **9**, 1772–1780 (2013).  
*Cité page 120*
- [69] A. M. Ardekani, D. D. Joseph, D. Dunn-Rankin, and R. H. Rangel, “Particle-wall collision in a viscoelastic fluid,” *J. Fluid Mech.* **633**, 475–483 (2009).  
*Cité page 121*
- [70] A. Despeyroux and A. Ambari, “Slow motion of a sphere towards a plane through confined non-Newtonian fluid,” *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **167–168**, 38–45 (2012).  
*Cité page 121*
- [71] H. Hertz, “Ueber die Berührung fester elastischer Körper,” *Journal Fur Die Reine Und Angewandte Mathematik - J REINE ANGEW MATH* **1882**, 156–171 (1882).  
*Cité page 123*
- [72] K. L. Johnson, K. Kendall, and A. D. Roberts, “Surface Energy and the Contact of Elastic Solids,” *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engi-*

neering Sciences **324**, 301–313 (1971).

*Cité page 123*

- [73] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson, “Contact of Nominally Flat Surfaces,” Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences **295**, 300–319 (1966).

*Cité page 123*

---

**Sujet : Interactions hydrodynamiques entre une sphère et une paroi texturée : approche, collision et rebond**

---

**Résumé :** Nous présentons une étude expérimentale de la dynamique d'une sphère près d'une paroi texturée dans un fluide visqueux. Le déplacement de la sphère est mesuré par interférométrie laser à haute fréquence. La texture consiste en un réseau de micro-piliers, dont on fait varier les paramètres géométriques (hauteur et concentration) sur une large gamme, afin d'étudier leur influence sur la dynamique d'approche, de collision et de rebond de la sphère. A petit nombre de Reynolds, la vitesse d'approche de la sphère est augmentée comparativement au cas d'une paroi lisse, en raison de la modification de la force de lubrification par la texture. Cette modification est décrite par plusieurs modèles hydrodynamiques. Une longueur effective de glissement au-dessus du réseau de piliers est mesurée. A nombre de Stokes modéré, l'inertie de la sphère n'est pas négligeable, et elle peut se coller ou rebondir sur les piliers. La dynamique de collage présente différents régimes qui sont modélisés en tenant compte de la modification de traînée par la texture. Le nombre de Stokes critique pour la transition de rebond est modifié par la texture. La dynamique des micro-rebonds est caractérisée. Enfin, la dynamique de contact sphère-piliers est décrite par une loi de Hertz modifiée prenant en compte la géométrie de la texture.

**Mots clés :** micro-hydrodynamique, surfaces texturées, lubrification, collision, rebond

---

**Subject : Hydrodynamic interaction between a sphere and a textured wall : approach, collision and rebound**

---

**Abstract :** We investigate experimentally the dynamics of a sphere near a textured wall in a viscous fluid. High frequency laser interferometry is used to measure small displacements of the sphere. The texture is comprised of arrays of micro-pillars, whose geometrical parameters are systematically varied in order to study their influence of the dynamics of approach, collision and rebound of the sphere. Under creeping flow conditions, the sphere velocity near the textured wall is increased compared to the case of a smooth wall, as a result of the modification of the lubrication force due to the texture. We describe this modification using several

hydrodynamic models. An effective slip length over the pillar array is measured. At moderate Stokes number the sphere inertia is non-negligible and the sphere can either stick or bounce off the wall. The sticking dynamics exhibit several regimes which can be described by taking into account the modification of the lubrication force by the texture. The micro-pillars modify the critical Stokes number for the bouncing transition. The micro-rebounds are characterized. Finally, the contact dynamics between the sphere and the pillars are described by a Hertz law modified by the texture geometry.

---

**Keywords** : micro-hydrodynamics, textured surfaces, lubrication collision, bouncing